

# 高水流量観測の確率分布評価の試み

南 淳之<sup>1</sup>・栗城 稔<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(一財)河川情報センター 研究第二部 研究員

<sup>2</sup>(一財)河川情報センター 研究第二部 部長

これまで、1回の流量観測結果は1つの値で与えられてきた。浮子による流量観測の場合、複数の浮子を投下して単位時間にある断面を通過する量を求めるが、浮子の投下の条件や観測誤差から、その流速観測値にはバラつきが含まれるものと考えられる。このバラつきを流量観測結果に反映させるため、DIEX法を使って高水流量観測結果を確率分布として表現することを試みた。このアプローチを利用して、実際の流量観測結果に基づく数値実験を行い、H-Q式を外挿した際のバラつきを評価した。

**Key Words** :高水流量観測, DIEX法, DIEX-Flow, 確率分布

## 1. はじめに

河川流量観測は、河川を維持管理する上で重要な業務である。流量観測は流量の大小によって観測条件が大きく異なることから、低水流量観測と高水流量観測に分類され、日本において、前者はプライス流速計などの可搬式流速計による観測が、後者は浮子による観測が半世紀以上にわたって用いられてきた。

近年流量観測に求められる事項が、高精度化、省力化、リアルタイム性など多様なものとなり、超音波流速計、ADCP、画像解析等を用いた様々な流量観測手法が提案されている。

その中で、高水流量観測においては、今も浮子による観測が主となっている。浮子観測は、急勾配で洪水時の流速が速い日本の河川では確実に流速を観測できる手法の1つであるが、洪水時の観測では、多数の人員を要するためピーク時に間に合わない、備蓄が難しいため浮子の数に限りがある、人命に関わるような大洪水の場合は避難のために観測できないことがある、樹木の繁茂により浮子がうまく流れないといったような問題点がある。

流量は、河川の横断方向に測線を設けて、測線の流速を測定し、河道の横断測量による測線毎の断面積と流速から流量を求めるのが基本である。山田(2014)は不確実な情報に基づくリスクの評価手法を提案し、降雨の不確実性がもたらす流出量の不確実性を求め、河川堤防を越水する確率を理論的に示している。これにならって流量観測を確率評価することにより、河川計画を決定論的ではなく、確率論的に議論することに資するものと考えられる。

従来の流量観測では、1回の観測によって求められる流量値は1個だけであり、それがどのような母集団から得られた観測値であるかということは必ずしも明確に意識されてこなかった。すなわち、浮子

観測において、測線毎の観測の中で良好に観測できたものと、そうでないものも含まれるが、そこから算出される流量は1つである。

一方、河川の状況は刻一刻と変化するものであるため、観測を繰り返して母集団である流量の分布特性を知ることは困難である。

そこで、流量算出技術として従来より用いられてきた区分求積法(浮子流下速度に修正係数を乗じて、水深平均流速を導き、区分断面内に一樣な流速を与え、流量を算出する)とは違った新技術であるDIEX法を用いて、1回の流量観測成果から複数の流量を算出し、高水流量観測結果を確率的に評価することを試みた。DIEX法の数値解析には市販されている「DIEX-Flow」を用いた。

本報告では、DIEX法について考察し、高水流量観測の確率評価に利用することの可能性について検討する。

## 2. DIEX法の概要

DIEX法(力学的内外挿法, *Dynamic Interpolation and EXtrapolation method*)とは、流下断面の限られた部分を測定して得た流速データから断面全体の流速分布を求め、流量を精度良く算出するための数値解析技術である。現地観測で得られた離散的な「点」流速データを、流体の運動方程式に基づいて「面」流速データに変換し、河川流量を算出することができる。すなわち、河道断面内のある部分における流速データがあれば、水理学的な理論に基づき、その流速データを断面全体の流速分布に変換できる。

DIEX法には、流速観測データを数値シミュレーションに組み込むための独自の「データ同手法」が組み込まれており、流速観測結果を合理的かつスムーズに数値計算結果に反映することを可能として

いる。浮子で観測された流速値はある測点のみのデータであるため、DIEX法によるデータ同化は流速を水深平均化した2次元の流体運動の基礎方程式を用いて行われる。その際、観測が困難であり評価の難しい非定常項、移流項を省略する代わりに、付加項  $F_a$  を導入している。また、付加項  $F_a$  の横断分布に近似曲線（経験的に3次関数となることが多いとされる）を適用して、最小二乗法により観測誤差を最小にした形でデータ同化を行っている（図-1）。

DIEX法における基礎方程式系を次に示す。

$$\left[ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left( A_H \frac{\partial u}{\partial x} \right) + gI + \frac{\partial}{\partial y} \left( A_H \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{C_f}{D} u^2$$

$$F_a + gI + \frac{\partial}{\partial y} \left( A_H \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{C_f}{D} u^2 = 0$$

ここでは、 $x$ 、 $y$ は主流と、横断方向の座標、 $u$ 、 $v$ は $x$ 、 $y$ 方向の水深平均流速、 $A_H$ は水深平均した水平渦動粘性係数、 $A_V$ は水深平均した鉛直渦動粘性係数、 $g$ は重力加速度、 $I$ は水面勾配、 $D$ は水深、 $C_f$ は底面摩擦係数（ $= gn^2/D^{1/3}$ 、 $n$ はマンシングの粗度係数）をそれぞれ表している。

数値シミュレーションに当っては、DIEX法を一般ユーザでも使いやすいようにGUI環境を整備したソフトウェアである「DIEX-Flow」を用いた。

このソフトウェアは①Inputファイルの作成・編集、②DIEX法による数値解析（流速内外挿操作）、③Outputファイルの出力（解析結果の表示）の三つの機能を有している。Inputファイル及びOutputファイルの情報はテキストファイルで出力されると同時に、出力されたテキストファイルを読み込んだExcelファイルにとりまとめられ出力される。これにより、データの編集や結果表示が可視化され、ユーザが扱いやすいよう工夫されている。

Inputファイルでは、数値解析に必要なとなる河川データ（地盤高、植生、死水域、粗度係数）、観測データ（流速、横断位置、鉛直位置、水位）を入力する。流速及び横断位置はcsvファイルで取り込めるようにもなっており、河床の横断分布が同じであれば、複数の観測データを1つのファイルで入力処理できるよう配慮されている。また、現地環境、観測結果から付加項  $F_a$  の計算条件（補間方法）を設定することが可能となっている。

内外挿操作はコマンドプロンプトを介して計算が行われ、1回の観測にかかる計算時間は収束計算を行う回数に比例する。収束計算がうまく行われずに、発散してエラーとなる場合は使用するPCにもよるが、数十分を要することもある。この場合、収束計算回数を少なく設定すれば所要時間は軽減される。エラーとなるかどうか、また計算の所要時間から観

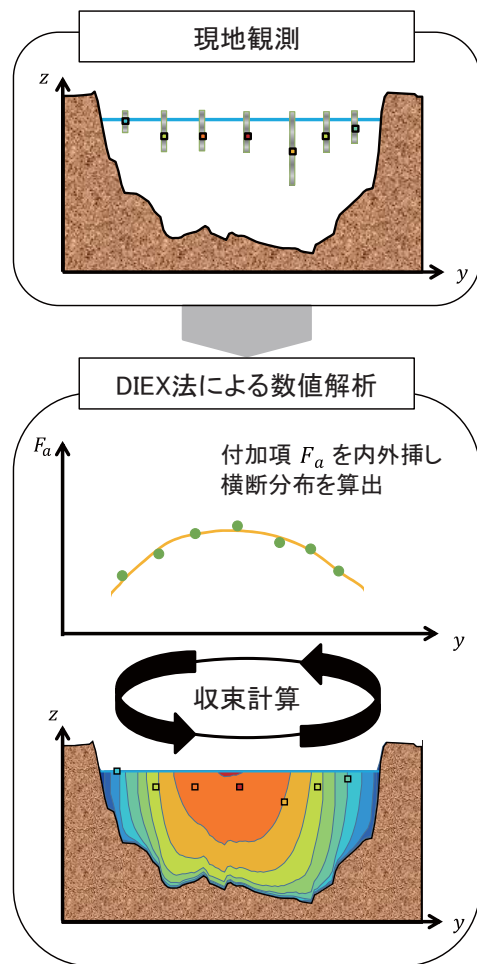


図-1 DIEX法による流量算出手順の概要

測の良否、ひいては観測所（断面）の良否も感じとれるところである。

Outputファイルでは、水深平均流速の横断分布図、流速横断面コンター図、流量相関図等がグラフや図で表示される。また、DIEX法から算出された流速・流量の他に、区分求積法によって算出された流量の表示も選択できるため、算出法の違いによる流量の比較が可能である。

### 3. 高水流量観測の不確定性

洪水流は文字通り渦巻いて流れている。その一つのあらわれとして、ADCPを一点に固定する定点観測によって、ある時間の鉛直方向流速分布を観測し、それを例えば1秒ごとに並べてみると驚くほどに変動していることがわかる。これは水中に大小さまざま、軸の方向もさまざまな渦が多数存在するためである。

浮子による流量観測では、一般に100 mの距離を流下するのに要する時間を測って流量を求めているが、これは流速が5 m/sにも及ぶとしても20秒程度の時間をとるためである。可搬式流速計を用いるときも20秒以上の時間、測定を続けて流速を求めること

と通じることである。ADCPの定点測定において、1秒ごとの観測は大きく変動していても20秒程度の時間で平均すればほぼ一定値に近づくということによっても根拠づけられる。ただし、浮子による流速測定は、流れに沿って移動する平均速度を求めるというLagrange的な方法であって、可搬式流速計による流速測定が定点で流速を測るEuler的なものであるのとは異なるが、本報告ではそれらが等しいものとして扱う。

浮子の何本かが測定されなかったとして、それを除いて求められた流量値がどのような値になるかということから、流量の真値がどのようなものであるかを推測できるのではないかと考えられる。流量の計算に用いる浮子の本数を減らした場合、その浮子の受け持つ区分断面を隣接する区分断面に配分して流量を求めることも考えられる。ここでDIEX法を用いたのは、DIEX法が断面の一部分における観測値から、水理的に全断面の流速分布を求めようとする方法であるので、単に幾何学的な断面再分割によって求める方法に比べて真の値に近いと考えられるからである。これは、雨量計から流域平均雨量を求めるのに、幾何学的なThiessen多角形法によって求めるのと、地形などを勘案した上で、等雨量線図を描いて求めるのとの違いにたとえることもできよう。雨量計の一つが欠測したときThiessen多角形を切り直す方法と等雨量線図を引き直す方法との比較に似ていると考えるものである。

#### 4. 高水流量観測の確率分布

##### (1) 算出流量の確率分布

A観測所のある1回の高水流量観測について、DIEX-Flowを使用し、流量観測（浮子）で得られた流速データの一部（または全部）を用いて全断面流量を推算し、推算流量の頻度分布から流量観測の確率分布を推定した。

検証する高水流量観測は緊急法に基づいて7本の測線で観測されている。図-2に横断面及び浮子観測流量値を示す。上記の観測における区分求積法による算出流量は2,042 m<sup>3</sup>/sであった。

7本の測線の中から1測線のみデータを用いて算出したもの、2～6測線のデータを組み合わせて算出したもの、7本全ての測線を使用し算出したものを合せると127件の算出流量データがDIEX法より求められる。

浮子による流速の測定にはバラつきが含まれていると考えられるが、全ての測定データを使うのではなく、流速データを選択して流量を算出することにより、算出結果にもバラつきが生じる。

例えば、測線の1番、3番、5番を組み合わせた場合の算出流量は1,959 m<sup>3</sup>/sで、2番、4番、6番を組み合わせた場合の算出流量は2,008 m<sup>3</sup>/sとなった。およそ50 m<sup>3</sup>/sの差が出ている。このように、選択する測線の組み合わせによって、算出流量にバラ

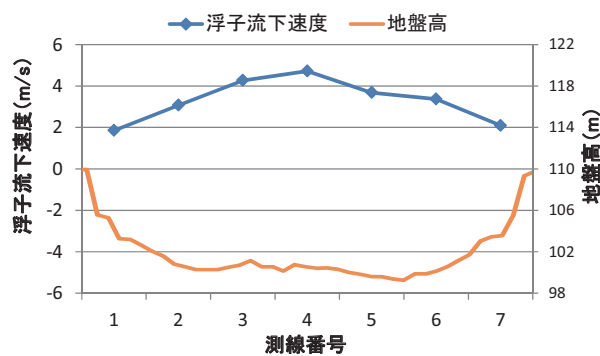


図-2 流速観測結果（A観測所）及び横断面

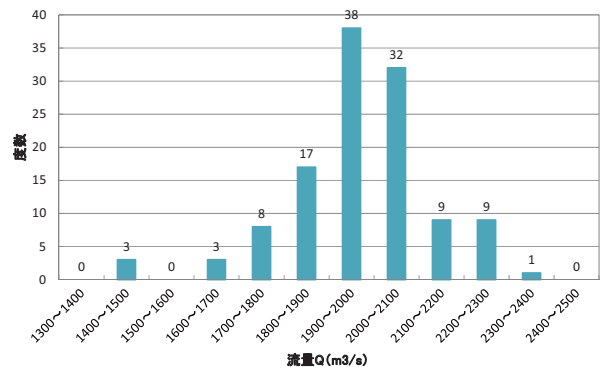


図-3 算出流量のヒストグラム（N=120）

つきが生じる。

7つの測線による127通りの流量を算定した結果、1つの測線のみを選択した7通りの算出流量については、エラー表示となり流量が算出されなかった。これは1つの測線のみで全断面を計算しなければならなくなり、内外挿操作で発散が生じるためである。すなわち、1点だけの観測では流速の「点」データから「面」データへの変換ができないことを示している。

DIEX法から算出した127件の流量についてエラーを除外して、120件の流量について横軸に流量、縦軸に頻度をとり、ヒストグラムを描き（図-3）、このばらついた算出結果の分布をもとに、ある流量が発生していた確率を評価する。

次に、上記の算出流量が正規分布しているかどうかを調べるために、正規確率紙を用いて検討する。小さい順に並べた算出流量データと、これに対応する正規分布の座標値を用いて、2次元の散布図を描き、座標値の近似線上に算出流量データが散らばっているようであれば、正規分布とみなすことができると考えた。プロットング・ポジション公式としてはWeibull法を用いた。

図-4の青色プロットは、算出流量データを正規分布の座標値に置き換えたものである。

赤線は正規分布の座標値であり、算出流量データはよく一致していると認められるので、正規分布とみなすことができる。

算出流量が正規分布しているということから、標準正規分布表を用いて、ある流量以上の流量が発生

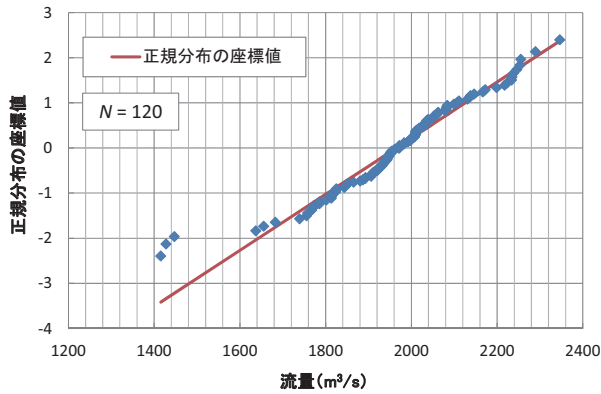


図-4 算出流量（A観測所における1回の流量観測）のヒストグラム

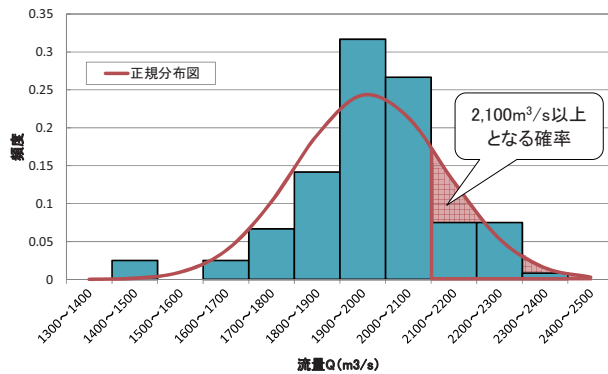


図-5 算出流量のヒストグラムと正規分布曲線

していた確率がわかる。A観測所の流量観測結果から、DIEX法により120件のデータが算出でき、その平均（ $\mu$ ）は1,965 m<sup>3</sup>/sであり、この標準偏差（ $\sigma$ ）は160.82 m<sup>3</sup>/sであった。

ある流量（X）以上となる確率を求めるためには、標準化された確率変数（ $\frac{X-\mu}{\sigma}$ ）と標準正規分布表とを用いる。例えば、2,100 m<sup>3</sup>/s以上の流量が発生していた確率は、確率変数は0.84で標準正規分布表に対応する0.84の値は0.7995となるため、1から0.7995を引き、100を掛けると20.05%となる（図-5）。

## (2) 標準偏差による測線数の評価

B観測所の川幅はおよそ300 mであり、11本の測線で浮子による高水流量が観測されている。測線の数と配置をさまざまに変更したときの組合せ総数は2047であり、その内訳は表-1に示す通りである。DIEX法から流量が算出できずにエラーとなった組合せの数も合わせて示す。

測線毎の組み合わせの数がかなり多いので、選択する測線数によってバラつきにどのような分布の違いがでてくるかを検証する。

ここでは、標準偏差を一つの指標とする。

測線数が増えるにつれ、平均値が若干増加している一方で、標準偏差は小さくなり、算定される流量値の信頼度は高くなる。図-6より、測線が1～4本までは同程度の標準偏差であるが、5本以上から

表-1 選択する測線数と組合せの数及びDIEX法で流量を算出した場合のエラーの数

選択する測線数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	計
組合せの数	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	2047
エラーの数	8	24	34	25	10	2	0	0	0	0	0	103

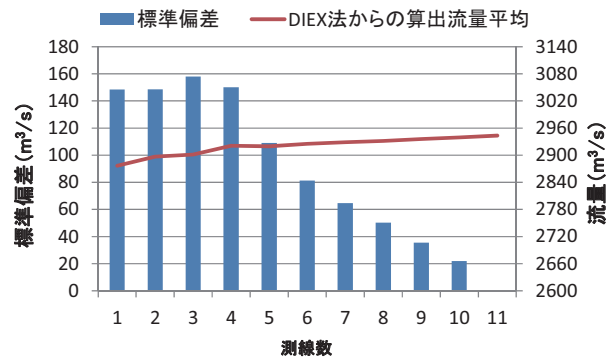


図-6 測線数と標準偏差及び平均流量の関係

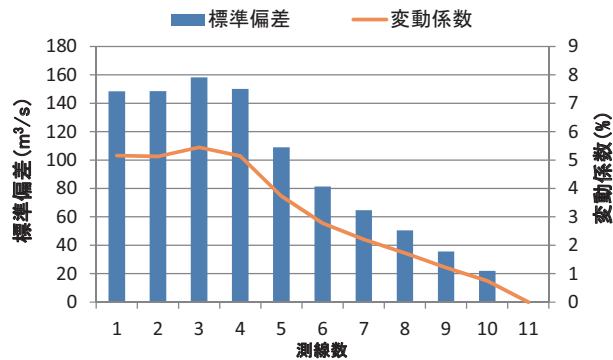


図-7 測線数を変えた場合の標準偏差と変動係数

標準偏差は小さくなっていく。平均流量は測線が4～11本までは概ね同じ値を示している。また、図-7の赤線は標準偏差を平均流量で除したもの（変動係数）を示しているが、測線1～4本までと5～10本までで傾向が異なっている。よって、この断面においては、少なくとも5測線以上で観測するのがよいと言えよう。

## (3) 水位流量曲線の分布と偏差

一般的に、流量を連続的に算出するために、連続的な観測が可能な水位データを、水位と流量の関係を表す水位流量曲線（H-Q曲線）に代入して流量を求める。

C観測所では、ある年に8回の高水流量観測が実施された。図-8に水位と流量の関係を示す。

そこで、まず8回の観測それぞれについて（1）で示したように測線毎を組み合わせで流量を算出し、確率分布を評価する。

図-9は、それぞれの観測における、DIEX法で求めた算出流量データを正規分布の座標値に置き換え、正規分布の座標値と比較したグラフである。算出流量が正規分布の座標値から少し外れる観測も見られるが、ここではいちおう正規分布しているものとし

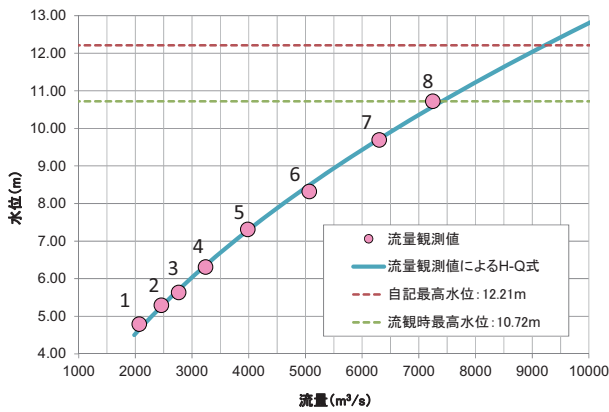


図-8 流量観測結果 (C観測所)

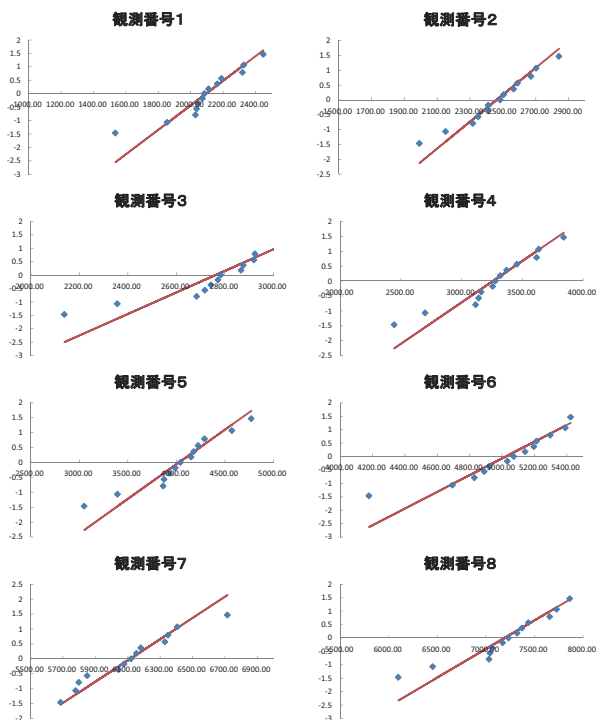


図-9 各観測番号の確率分布 (N=13)

て以下の計算を行う。

DIEX法による算出流量から観測毎の平均値と標準偏差を求め、正規乱数を使ってこの平均値、標準偏差の正規分布に従う流量値を発生させた。

さらに、発生させた8つの流量を1つのグループとして、水位流量曲線式 ( $Q = A(H + B)^2$ ,  $Q$ は流量,  $H$ は水位,  $A$ 及び $B$ は定数) を作成した。これを1万回繰り返すと、正規分布する流量値に対応した1万本の水位流量曲線式を作成することができ、得られた1万本の水位流量曲線式から、1つの水位について1万個の水位換算流量データが求まる。ここでは、流量観測時の最低水位である4.79 m から当該高水観測の自記最高水位である12.21 m までの水位について、それぞれの水位流量曲線式から水位換算流量を求めた。

それぞれの水位から得られた1万個の水位換算流量の標準偏差、平均流量を図-10 に示す。

また、4.00 m から10.00 m までの1 m 間隔、流量観

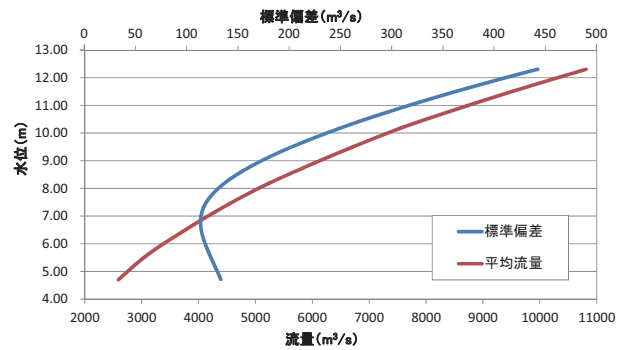


図-10 H-Q関係 (1万組) から求めた平均流量と標準偏差の関係

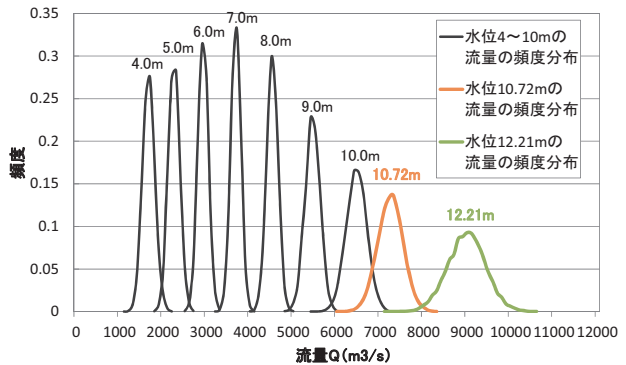


図-11 異なる水位におけるH-Q関係から求めた流量の頻度分布

測時最高水位の10.72 m、及び当該高水観測の自記最高水位の12.21 mにおけるH-Q式による換算流量の頻度分布を図-11 に示す。

流量観測時の最高水位は10.72 mであるから10.73 m以上は外挿となる。水位10.72 mの時の標準偏差は293 m<sup>3</sup>/sであるのに対し、水位12.21 mの時の標準偏差は432 m<sup>3</sup>/sであり、外挿となる水位での換算流量は内挿値と比べてバラつきが多くなるため、データの信頼性は下がることがわかる。これに比べて、上下を観測値ではさまれた部分では、非常にシャープな分布となることがわかった。

検証に用いた流量観測はピーク時に観測ができておらず、ピーク水位である12.21 mの換算流量は正規分布で68%が含まれるとされる平均値- $\sigma$ 、平均値+ $\sigma$ の範囲で8,610 m<sup>3</sup>/sから9,475 m<sup>3</sup>/sとなる。観測された流量で作成した水位流量曲線式でのピーク時の換算流量は9,222 m<sup>3</sup>/sであるが、DIEX法から算出した流量分布から、9,222 m<sup>3</sup>/s以上となる確率が約34%と推定された。

次に、図-8 の7回目と8回目の2つの観測が実施できなかったと仮定した時に、水位の高い外挿部のバラつきがどう変化するかについて検討した。

8回の観測すべてについて正規乱数から発生させた流量で作成した1万本の水位流量曲線式から求めた水位12.21 m時の換算流量の標準偏差は432 m<sup>3</sup>/sであるのに対し、1回目から6回目までの観測のみで推定した場合の標準偏差は1,005 m<sup>3</sup>/sであった (図-12)。

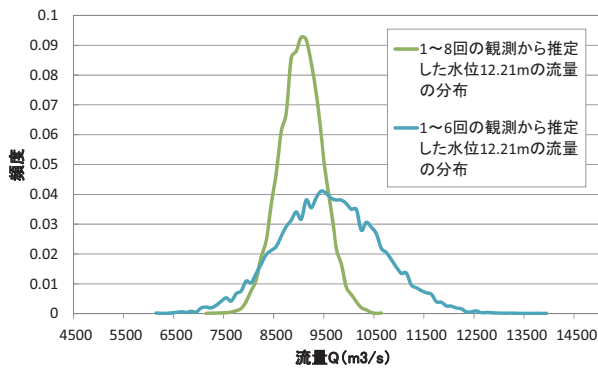


図-12 観測回数が異なる場合の水位12.21 mの流量分布の比較

外挿となる範囲は、前者では10.72 m以上、後者では8.32 m以上であるため、これが広ければ広いほど、推定される流量はバラつくことがわかる。外挿となる範囲が広いと推定される流量の信頼度が低下することは当然であるが、信頼度の低下が推定の幅として示された。

## 5. おわりに

本報告では、通常、1つの値で表される流量観測値を、DIEX法を活用することによって1つの流量観測結果から複数の流量観測値を推定し、流量値を確率を持った分布として表現する手法を検討した。

「河川砂防技術基準 調査編」によると、浮子観測における測線配置は、水面幅20 m未満の場合でも少なくとも5測線必要としており、人員配置、コストの関係から緊急法を使用する場合でも、水面幅50 m以下では3測線が必要であるとされている。ここでは、確率分布の標準偏差から、高水流量観測に必要な測線数を推定する方法を示した。

また、不確定性をもつ流量観測結果を基に水位流量曲線式を作成した場合、外挿となる範囲が広いと流量の推定結果がバラつくことを具体的に示し、さら

に、水位流量曲線式の外挿部のバラつきが利用可能な流量観測データによってどのように変わるかを示した。

上記の結論は、数学的な厳密性に欠けることもあるが、これまで1つの値として扱われてきた流量観測の結果を、ある確率を持って分布するものとして認識することで、水文観測や河川計画に対する理解が深まるものと考えられる。また、流量観測の高度照査において、異常の疑いのある浮子流速値を棄却するか否かの判断にも用いられるものと考えている。

**謝辞：**本報告の検証のために、ご教授いただいた東京理科大学 二瓶泰雄教授に対し、ここに記して謝意を表する。

## 参考文献

- 1) 柏田仁・二瓶泰雄・高嶋英二郎・山崎雄介・市山誠：力学的内外挿法（DIEX法）に基づく「点」から「面」流速データ推定法の構築，河川技術論文集，第17巻，pp.23-28，2011
- 2) 木水啓・二瓶泰雄・北山秀飛：H-ADCPとDIEX法を用いた河川流量計測法の洪水流観測への適用：水工学論文集，第51巻，pp.1057-1062，2007
- 3) 二瓶泰雄：河川流量のモニタリング，ながれ，29（2010），187-192
- 4) DIEX-Flow ver2.0.0 パシフィックコンサルタンツ株式会社・東京理科大学・四葉システム開発株式会社
- 5) 河川砂防技術基準 調査編 平成26年4月
- 6) 国土交通省河川局監修，独立行政法人土木研究所編 著：水文観測，（社）全日本建設技術協会，2002
- 7) 山田正：不確実な情報に基づくリスクの評価手法の提案，平成26年度河川情報シンポジウム講演集，2014
- 8) 中尾忠彦：河川流量観測の国際基準 -浮子による高水流観を中心-，平成24年度河川情報シンポジウム講演集，2012

## PROBABILITY DISTRIBUTION EVALUATION OF A FLOOD DISCHARGE MEASUREMENT

Atsushi MINAMI, Minoru KURIKI

Traditionally the output of a discharge measurement has been expressed in a single value. When the float method is used, multiple float observations are made to compute the volume per unit time at which water flows through a cross-section. Corresponding the measurement conditions of each float or errors involved in the measurement, the measured velocity of these floats unavoidably includes variation. To reflect the variation into the result of a discharge measurement, an attempt was made to apply the DIEX method to express the result as a value with probability distribution. Using the concept, a numerical experiment based on actual discharge measurements was conducted to evaluate the variation of extrapolated range of rating curves.