

## 【研究成果報告時/研究成果の概要】様式-2-U

# 中小河川流域を対象にした雨量の不確実性と AIを応用した洪水予測モデルに関する研究

大阪工業大学 特任教授 田中耕司

中小河川における洪水予測は、短い洪水到達時間内に予測雨量の精度により的確な予測情報を提供することが困難である。そこで、本研究では、中小河川の洪水予測の課題を整理し、研究の意図を明確にした。さらに、予測雨量の精度に着目して、それを予測雨量の一意的な精度とは別に予測の幅を実績雨量から推定する方法を提案した。これには、2次元指数関数確率モデルを適用した結果、一定の幅が提示できることを示した。次に、機械学習の一つとして、短時間でパラメータ推定が可能なUnscented Kalman Filterを簡易的な水位予測モデルに適用して、モデルの精度検証を行った。その際に、MCMCを用いたパラメータの確率分布から推定する方法やモデルの宛てはまりの良さについて指標を設定して提示した。さらに、モデルの精度を確保するための情報量基準に基づき、洪水数と評価指標との関係性を検討して、少なくとも5~10程度の出水を対象に検証をすることが必要であることを指摘した。また、河床変動が予測に与える影響を把握する必要性について実際のハイドロから検証した結果、河床変動量により水位が大きく影響を与えることから、河床変動を今回適用した簡易水位モデルで考慮されているHQ式の実測補正方法を適用することを今後の課題として指摘した。

**Key Words** : 中小河川流域, データ同化, 簡易水位予測モデル, 情報量規準, MCMC

## 1. はじめに

洪水予測モデルを利用して、洪水予警報を発令し、さらに避難指示等への防災情報を作成している。これらの情報は、主として、避難のための準備~行動までのリードタイムを考慮して、流域面積の大きい河川流域を対象に実施されている。一方で、流域面積の小さい河川は、水防法に基づく洪水特別警戒水位への到達情報を通知及び周知する河川として指定されている。

これらは水防法に基づく水位の周知が主としての目的であるが、一級河川の支川流域や都道府県管理の小規模な河川では、予測情報に基づく管理が十分ではないの現状である。

本研究では、流域面積が数方km<sup>2</sup>~400km<sup>2</sup>程度の河川を対象に、洪水予測上の課題を抽出し、この課題に対する技術的な検討を加えることを目的としている。上記の目的に対して以下の課題について検討を行った。

### ①複数の対象河川における洪水予測の課題抽出

対象とする中小河川流域として、自治体が管理する流域面積が400km<sup>2</sup>程度、洪水到達時間が3時間未満程度の河川を対象にする。これらの河川での水位観測状況も鑑み、実績降雨、予測降雨、河川水位データを比較し、流出モデル、河道モデル

といった水文/水理モデルを選択するモデルとその適用上の課題を、データ同化の適用による予測の精度向上の観点から考察を行う。

### ②中小河川流域の実績、予測雨量の不確実性の評価と実用的な補正方法

洪水予測に入力される雨量によって予測精度は大きく左右される。そこで、実際の予測雨量に対して実績雨量との関係を対象河川でのこれまでの発生洪水毎に整理する。これらのデータから、2変数の確率分布として、指数関数等を適用し統計的な予測雨量の取り得る範囲を評価する手法を提案する。また、中小河川流域では、高解像度の空間分布で予測雨量が提供されるが、雨域が流域に当てはまるかどうか大きく影響する。そのため、流域面積を軸として2変数の確率分布についても検討の範囲とする。

### ③洪水予測モデルの構築とその予測精度の評価

上記①、②を対象河川毎の課題を踏まえた水文水理モデルを作成するとともに、データ同化手法として計算時間が非常に短かつ適切な状態量を推定することができるアンセティド・カルマン・フィルター他の適用性について検討する。この状態量推定方法と予測雨量の幅を考慮した降

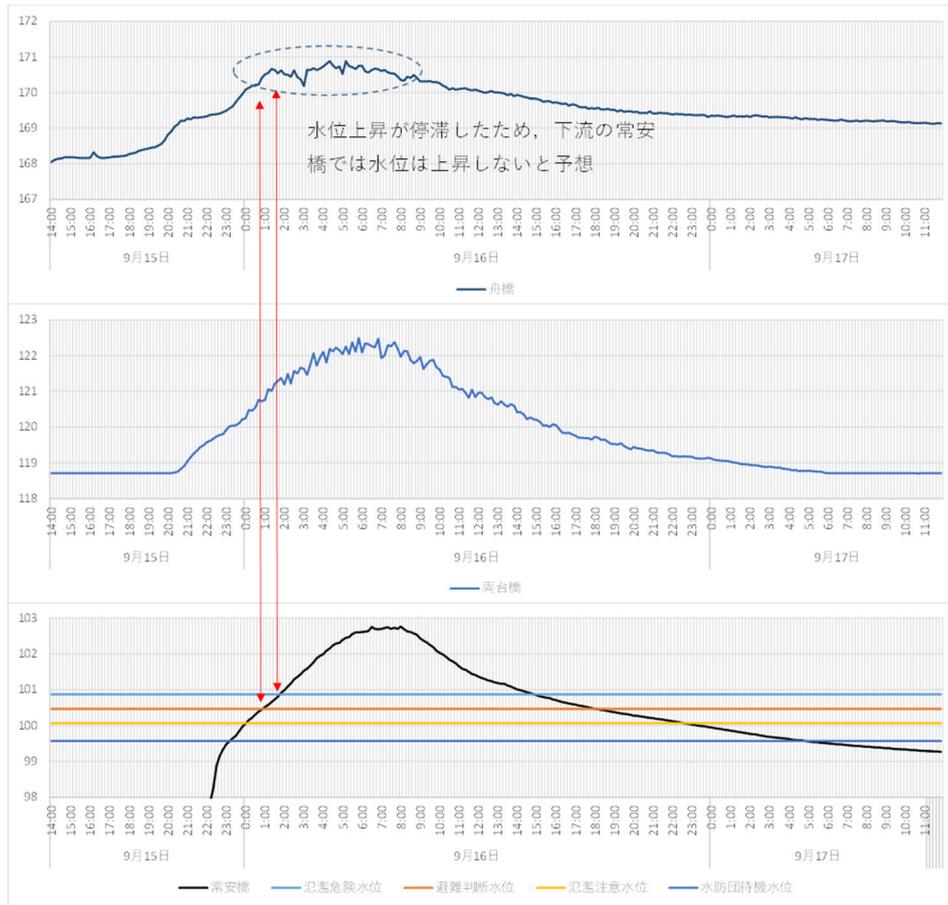


図1 滋賀県安曇川における平成25年9月台風18号の水位の挙動

雨波形群に対する洪水予測精度の評価を行う。また、一部の河川についてはデータ収集が困難であったため、河床変動が洪水予測に与える影響を見るために、河床変動解析による水位の挙動について検討した。なお、この検討においては最終章にまとめた。

④流出モデルの不確実な定数の推定とモデルの当てはまり良さの評価方法

上記③では、過去データから定数を推定することが前提となるが、予測時においては雨量に対する定数の応答特性については流域の状態によって不確実性のためにモデルの予測精度は拭えない。そこで、過去のデータとそれに対する定数の挙動を学習データとして設定し、モデルの最適な選択手法の提案を行う。この最適化手法を用いることでデータ同化手法やAIモデルによる洪水予測モデルの最適な選択ができることを示す。なお、機械学習(AI)として、データ同化手法と位置づけた。

⑤河床変動が洪水予測に与える影響

河床変動が洪水予測に与える影響を見るために、河床変動解析による水位の挙動について検討した。

3. 中小河川の洪水予測の課題

(1) 問題提起

中小河川における洪水予測の課題として、以下のようなことが河川管理者から指摘を受けている。この結果は、多くの県管理河川を管理する滋賀県職員から洪水予測に対する要望としてヒアリングによって得たものである。

- 1) 河川水位の挙動として、上流の水位が上昇せず、下流の水位が上昇し続ける現象があり、洪水予報作業において支障来す。(参照：図1)
- 2) 上記ことから、関係市町は下流の水位で防災情報を判断するが、氾濫危険水位に到達してからはリードタイムがとれないため上流の水位を頼りに発令を行うことにしている。上流側の水位が上昇しないと下流は大丈夫だと判断してしまう。
- 3) HQ式で水位から流量を算定して、これにモデルをあわせること自体に限界がある。
- 4) 予測雨量は、流域が小さいほど雨域の移動によって幅が生じるのではないかと。

(2) 課題

中小河川における洪水予測の課題として、以下のことを検討することが必要と考えられる。

- 1) 予測雨量の幅を考慮するのは限界があるため、雨量の予測の幅から推定される水位の幅で管理することが現実的であれば、この幅を算定する方法を検討する。
- 2) HQ式を用いることは誤差を生み出し、予測モデルの限界があるのであれば、HQ式を用いずに、それを変動させるパラメータで予測モデルを構築する方法を検討する。
- 3) 中小河川の河床変動が影響を与えることが自明であるなら、上記の方法で代用できるのかを検討する。
- 4) 予測モデルを実装する際に、そのモデルの“良さ”を評価する手法を検討する

### 3. 予測雨量の幅の推定方法

#### (1) 研究内容

中小河川流域(滋賀県安曇川)を対象に実績雨量とそのときの予測雨量を比較し、その精度と実績雨量に対する予測雨量の幅を把握する。この幅を2変数の確率分布を適用し、予測雨量に対する実績雨量の幅を与えるための補正方法を提案する。

#### (2) 雨量データ

雨量データとして収集したデータは、近畿地方(一部中国地方、四国地方含む)の以下のデータを気象庁から提供頂いた。

表1 収集データ一覧

データ名	諸元	収集期間
解析雨量	1km 30分毎	・2017年6月30日～7月8日 ・2017年10月20日～10月24日
降水短時間予報値	1km 6時間予報 10分毎	

#### (3) 流域平均雨量の算出

本研究で降雨の設定手法は、図2に示すように流出地点までの洪水到達を考慮した降雨とした。これは、後述する簡易水位モデルにおける誤差をできるだけ小さくすることを目的とした設定手法である。以下、その設定方法を示す。

- ① 標高データより作成した落水線に沿って、流域内の各メッシュに降雨の流下順を設定する。
- ② 設定した流下順に対して、流出地点から流下時間分さかのぼった時間の降雨量をメッシュごとに整理する。
- ③ 流下時間分さかのぼった各メッシュの降雨を集計し、総量をメッシュ数で除した値を流出に対する降雨とする。

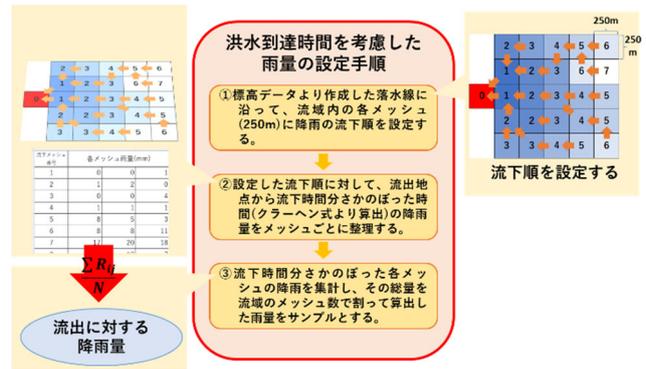


図2 各メッシュにおける洪水到達時間の遅れを考慮し、合成した流域平均雨量の算出方法

この操作により流量へ直接関わる降雨のみを抽出し、降雨の時空間分布による流量のばらつきを除去を試みた。流下時間の設定はメッシュごとの標高差より、メッシュ間の勾配に応じた流下速度をクラーク式より設定した。

#### (4) 降雨誤差の定量的表現

予測降雨の誤差は予測降雨の条件付き実績降雨の発生頻度を求め、ガンマ分布などを当てはめることにより求めることが多い。しかし、この方法では、予測降雨毎に分布関数を決めることになり、確率分布を予測降雨と実績降雨の二次元分布とみなした場合にシームレスになっていない。また、統計解析に用いたデータを外挿することはできない。このため、本研究では、長尾ら<sup>1)</sup>の二次元指数分布を用いて、シームレスで、外挿も可能な雨誤差確率モデルを構築した。

$$f(R, r) = \frac{1}{\sigma_R \sigma_r (1 - \rho)} \cdot \exp \left\{ -\frac{R}{\sigma_R (1 - \rho)} - \frac{r}{\sigma_r (1 - \rho)} \right\} I_0 \left( \frac{2\sqrt{\rho}}{1 - \rho} \sqrt{\frac{Rr}{\sigma_R \sigma_r}} \right) \quad (1)$$

$$f_R(R) = \frac{1}{\sigma_R} \exp \left\{ -\frac{R}{\sigma_R} \right\} \quad (2)$$

$$f_r(r) = \frac{1}{\sigma_r} \exp \left\{ -\frac{r}{\sigma_r} \right\} \quad (3)$$

ここに、 $I_0(x) = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{x^{2t}}{2^{2t} t! \Gamma(t+1)}$  (第1種0次の変形ベッセル関数)  $\sigma_R, \sigma_r$ : 実績降雨、予測降雨の分散  $\rho$ : 実績降雨と予測降雨の相関係数である。

#### (5) 統計解析による予測雨量の幅の推定

二次元指数分布を適用できる条件として、周辺分布が指数分布であることが必要となる。本研究では資料を片対数紙にプロットすると分布は曲線になることがわかった。このため、周辺分布を指数分布で近似できるように、降雨量のルートを採用することにした。この指数分布に条件付き予測雨量分布を

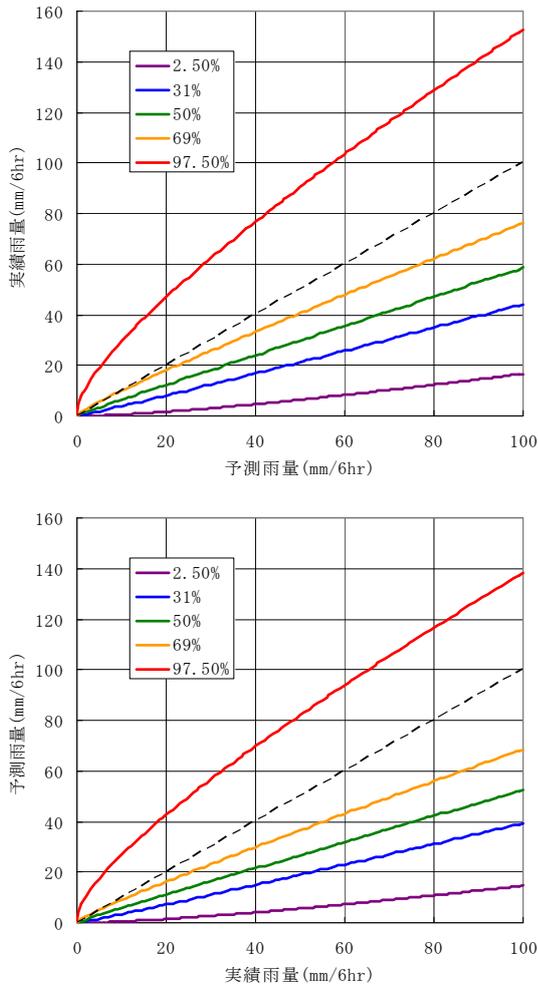


図3 実績雨量と予測雨量の関係

左：予測雨量が与えられた場合の実績雨量  
 右：実績雨量が与えられた場合の予測雨量

推定した。予測降雨が与えられたときに誤差分布から降雨の変動幅を推定できる。実績雨量・予測雨量と誤差の関係は図3のとおりで、予測降雨が与えられた場合実績降雨の中央値は予測降雨の約6割である。

#### 4. 中小河川の水位予測モデルと精度評価

##### (1) 研究内容

洪水予測モデルの精度向上のために、分布型流出モデルの採用、フィルタモデルの導入等の方策が考えられ、その実績も多くなっている。しかし、これらの方策を導入によって、洪水予測の精度向上を計測する有効な指標はない。本研究は、WAICがLeave one out Cross Validation(Loo-CV)と等価であることに着目し、WAICをNash係数で表現し、Loo-CVの解析結果に相当するNash係数により、当てはまりの良さを流出解析に関わる技術者が評価できるようにすることを試みた。その方法として、WAICをNash係数に変換する方法を誘導し、モデルの良さをNash

係数で表示する方策について提示する。さらに、提示した方法の妥当性を検証するために、1流域の貯留関数モデルを基本とした水位予測モデルを構築し、実流域を対象にした流出モデルの良さを評価した結果を報告するものである。

##### (2) 洪水予測モデルの良さを評価方法の基本的な考え方

図4に洪水予測モデルの良さを評価する方法を概念図で示す。統計的推測(statistical inference)の考え方を基礎としており、同図は渡辺の文献[2]を参考にして作成したものである。

左上図は真の分布 $q(x)$ で、洪水の頻度分布を表現したものである。パラメータ $x$ の正確な次元数はわからないので、 $N$ 次元と表現している。左上図は真の分布からの実現値が $X^n$ で、水位予測モデルでは観測水位である。 $X^n$ は洪水数が $n$ であることを示している。

右上の図はパラメータ $w$ の確率分布で、 $w$ は $x$ を説明するパラメータである。パラメータ $w$ の確率分布は(4)式のとおりで、ベイズ推定を使用して推定する。

$$\varphi(w_n) = \frac{1}{Z} \left( \prod_{i=1}^n p(X_i, F(w)) \right) \varphi(w) \quad (4)$$

$\varphi(w)$ は無情報事前分布(non-informative prior)で、制約条件の範囲内で一様分布と考える。尤度は洪水 $X_i$ における洪水予測モデル $F(w)$ の尤度関数 $p(X_i, F(w))$ である。 $Z$ は周辺分布で、確率分布の積分が1になるように調整するものである。事前分布はパラメータ数の $d$ 次元の確率分布で、 $w_n$ は $n$ 個の洪水によって得られたパラメータであることを示している。

無情報事前分布から、パラメータの確率分布を推定する手法の一つにMCMC(Markov Chain Monte Carlo)があり、本研究ではこれを採用する。

右下の図は発生した洪水から推定した洪水の頻度分布 $p(x|X^n)$ である。洪水予測モデルの良さは、推定した洪水の頻度分布と真の確率分布の距離に相当する情報量規準で評価する。そして、情報量規準をNash係数に変換する。

(5)式のKalback Leibler情報量(LK情報量)[3]を洪水予測モデルの良さと定義する。(5)は真の確率分布と推定した確率分布 $p(x|X^n)$ の対数尤度の距離であり、対数尤度比関数が小さいほど、推定した確率分布が真の確率分布に近い。また、(5)式は常に正值であり<sup>2)</sup>、右辺第1項は真のパラメータ $x$ で構成されているため一定値である。

$$KL(q \parallel p) = \int q(x) \log \left( \frac{q(x)}{p(x|X^n)} \right) dx = \int q(x) \log q(x) dx - \int q(x) \log p(x|X^n) dx \quad (5)$$

本研究の洪水予測モデルは水位を予測するモデルであるので、水位を指標とした尤度関数を設定する。尤度関数は観測水位と解析水位の差が正規分布にと仮定した。(6)式のとおりで、解析水位 $h_{i,(t|t)}$ と観測水位 $H_{i,t}$ の二乗誤差で、リードタイム $T$

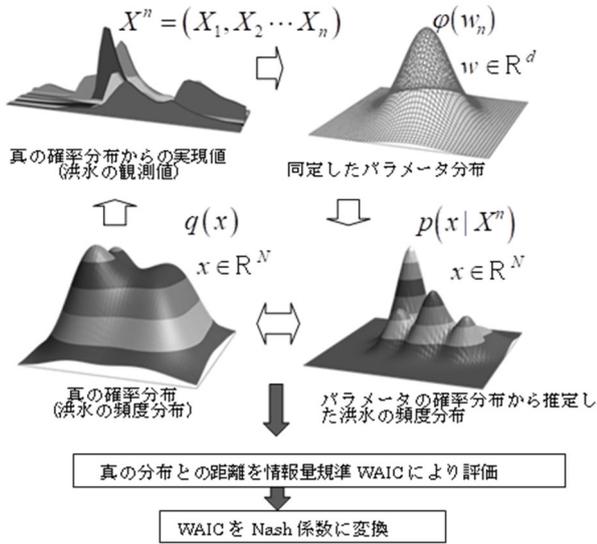


図4 洪水予測モデルの良さの推定方法の概要

を3時間として、現時刻から3時間前までの4つの時刻を対象としたものである。ここに、サフィックス  $t|t-T$  は  $T$  時間前までの観測水位情報が  $t$  時刻の水位を予測することを示している。また、 $m_i$  は  $i$  番目の洪水から得られた水位のデータ数である。

$$\log p(X_i, F(w)) = -\frac{1}{2} \log(2\pi S(X_i, F(w))) - \frac{1}{2} \quad (6)$$

$$S(X_i, F(w)) = \frac{1}{m_i} \sum_{t=1}^{m_i} \left( \frac{1}{T+1} \sum_{T=0}^T (H_{i,t} - h_{i,(t|t-T)})^2 \right) \quad (7)$$

式中の  $\bar{H}_i$  は観測水位の平均値である。尤度関数を使用して(8)式の  $S(X_i, F(w))$  を消去し、幾何平均により対数尤度と Nash 係数の関係を導出すると(9)式になる。(9)式の  $D$  は(10)式のとおりに表現でき、観測水位によって決まる定数である。

$$N_i(w) = 1 - \frac{m_i S(X_i, F(w))}{\sum_{t=1}^{m_i} (H_{i,t} - \bar{H}_i)^2} \quad (8)$$

$$N = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - N_i(w))^{\frac{1}{n}} \quad (9)$$

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( -\log \left( 2\pi \frac{1}{m_i} \sum_{t=1}^{m_i} (H_{i,t} - \bar{H}_i)^2 \right) - 1 \right) \quad (10)$$

(9)式は対数尤度で表現される式であるので、 $L_{loo}$  の Nash 係数である(11)式の  $N_{loo}$  が成立する。次に、 $L_{loo}$  と  $L_{cv}$  がほぼ同じならば、 $L_{cv}$  の Nash 係数である(12)式の  $N_{cv}$  が成立する。さらに  $L_{cv}$  と WAIC がほぼ同じであるならば、WAIC に対応する Nash 係数である(13)式の  $N_{WAIC}$  が成立する。

$$N_{loo} = 1 - \exp(2L_{loo} + D) \quad (11)$$

$$N_{cv} = 1 - \exp(2L_{cv} + D) \quad (12)$$

$$N \exp(2WAIC + D)_{WAIC} \quad (13)$$

### (3) 洪水予測モデルの概要

1) 流域平均雨量

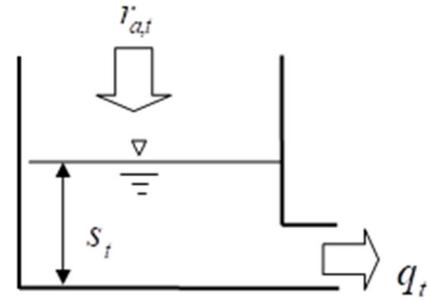


図5 貯留関数モデルの概念図

流域平均雨量はテレメータ観測雨量  $r$  (mm/h) を用いて算定し、(14)式のとおり、水位観測地点における観測雨量の重みを  $w_s$ 、水位観測所から観測所雨量がおおむね水位観測所まで流下する延長を  $cl$  (km)、流下速度 (km/h) とし、降雨の流下時間を考慮した流域平均雨量を採用した。また、ベースフローに相当する雨量  $r_b$  (mm/h) を流域平均雨量に加算することとした。

$$r_{a,t} = \sum w_s r(t - cl/v_c) + r_b \quad (14)$$

2) 洪水予測モデル

使用する流出モデルは、図5に示す1流域の貯留関数モデルである。流域平均雨量  $r_{a,t}$  (mm/h)、貯留量  $s_t$  (mm)、流出高  $q_t$  (mm/h) とすると、貯留量と流出高の関係は貯留関数定数  $k_0$  を用いて(15)式で表現し、連続式(3.3.3)式と合わせた解析するモデルである。

$$s_t = k_0 q_t^{1/2} \quad (15)$$

$$\frac{ds_t}{dt} = r_{a,t} - q_t \quad (16)$$

$$Q_t = \frac{1}{3.6} f q_t A = a_0 (h_t - b_0)^2 \quad (17)$$

$$k_0 \frac{d(h_t - b_0)}{dt} = C_0 r_{a,t} - \frac{1}{C_0} (h_t - b_0)^2 \quad (18)$$

$$C_0 = \left( \frac{fA}{3.6a_0} \right)^{1/2} \quad (19)$$

3) フィルターモデル

フィルタが非線形式であるため、二次統計量の近似を使用した Unscented Kalman Filter<sup>4)</sup>を採用している。ここでは、モデルの選択に関係する時間更新式と観測更新式について説明する。

① 時間更新式

時間更新式はパラメータを時間更新する方法を採用し、(20)式とした。  $\Phi_{t-1|t-1}$ 、  $\Phi_{t|t-1}$  はフィルタの対象となるパラメータで、(21)式のとおり貯留関数定数  $k_t$ 、定数  $C_t$ 、H-Q 式の定数  $b_t$  の3個である。  $\Phi_{t-1|t-1}$  は1時刻前の推定値で、  $\Phi_{t|t-1}$  は1時刻前の推定値から現時刻の値を推定したものである。(21)式の係数行列  $A$  は(22)式のとおりで、貯留関数定数にかかる係数  $a_k$ 、定数  $C$  にかかる係数  $a_c$ 、H-Q 式の定数  $b_t$  にかかる係数  $a_b$  からなる。定数行列  $B$  は(23)式のとおりで、フィルタの対象のパラメータの初期値である貯留関数定数  $k_0$ 、定数  $C_0$ 、H-Q の定数  $b_0$  とそれぞれのパラメータにかかる係数からなる。システムノイズは(24)式のとおりである。

表 3 対象とするモデル

区分	モデルタイプ	パラメータ (基本パラメータを除く)	パラメータ数
実測調整	Type-1	---	5
	Type-2	$\alpha$	6
フィルタ モデル	Type-3	$a_c, e_c, \gamma$	8
	Type-4	$a_c, a_k, e_c, e_k, \gamma$	10
	Type-5	$a_c, a_b, e_c, e_b, \gamma$	10
	Type-6	$a_c, a_k, a_b, e_c, e_k, e_b, \gamma$	12

$$\Phi_{t|t-1} = A\Phi_{t-1|t-1} + B_t + W_t \quad (20)$$

$$\Phi_t = [k_t \quad C_t \quad b_t]^T \quad (21)$$

$$A = \begin{bmatrix} a_k & 0 & 0 \\ 0 & a_c & 0 \\ 0 & 0 & a_b \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$B = \begin{bmatrix} (1 - a_k)k_0 \\ (1 - a_c)C_0 \\ (1 - a_b)b_0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$W = [e_k \quad e_c \quad e_b]^T \quad (24)$$

## ②観測更新式

観測更新式は(26)式のとおり、貯留関数モデルを示している。観測ノイズは、流量が0となる標高を  $h_0$  とし、水深の関数とする。  $\gamma$  は観測ノイズを算定するための定である。

$$h_t = S(h_{t-1}, r_{a,t}, w) + v_t \quad (25)$$

$$v_t = \gamma(h_{0,t} - h_0) \quad (26)$$

## (4)モデル流域の概要と解析条件

直轄河川としては流域面積が小さい河川で、テレメータ水位が水文水質データベース<sup>5)</sup>に公開されている鈴鹿川(三重県)、北川(福井県)、土器川(香川県)、菊川(静岡県)の4河川を対象とした。

MCMC の解析において、事前分布に関する情報はないので、無情報事前分布と仮定する。この仮定に対応できる MCMC の手法には Metropolis-Hastings 法があり、この手法を採用する。MCMC の初期は初期値の影響があり、定常状態になるまでの期間は捨てる。この期間を Burn-in と言う。Burn-in は短い方がいいので、Burn-in に Simulated annealing(SA)<sup>6)</sup>による最適化を行う。

本研究で比較するモデルタイプは表3のとおり6タイプである。Type-1 は実測調整を行うモデルで、貯留関数モデルの解析に必要な  $k_0, C_0, b_0, r_b, v_c$  の5つの基本パラメータを推定するものである。

## (5)WAIC, Nash係数等の解析結果の分析

河川毎に、6つのタイプのモデルについて

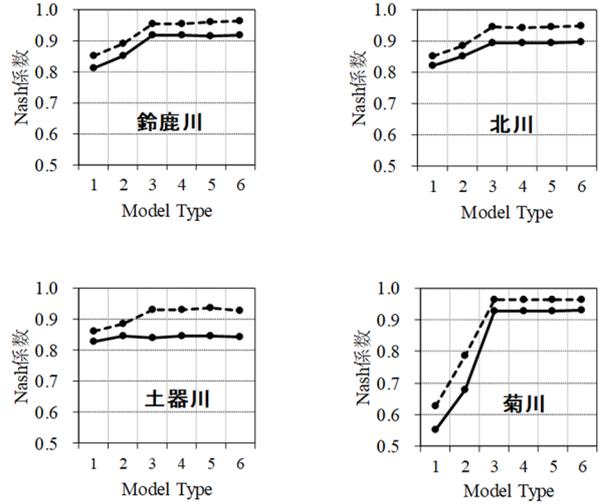


図 6 モデルタイプ毎の NCV と最大 Nash 係数(NS 係数)の関係

WAIC,  $L_{CV}$ ,  $L_{LOO}$  を解析し、これらの指標に関連する Nash 係数を解析した結果を示すに示す。対数尤度および WAIC の列で、表3の(1), (6)列以外の値は、初期値と酔歩の歩幅の異なる8セットを解析し、WAIC が上位3番目から6番目の値の平均とした。

表3をもとに、図6にモデルタイプと  $N_{WAIC}$ ,  $N_{MAX}$ (NS 係数)の関係を図示する。土器川を除くと  $N_{WAIC}$  は Type-1 が最も小さく、Type-2, Type-3の順に大きくなるが、Type-4からType-6はType-3の  $N_{WAIC}$  に大きな差はない。当てはまりの良いタイプのグループの中から最も簡便なモデルが優れているとすると Type-3 が選択される。

## (6)洪水数とWAICの関係

情報量規準等により、あてはまりの良いモデルを選択したのちに、パラメータを選択し、洪水予測を行う必要がある。これまで、パラメータは確率分布として考えてきたが、確率分布からパラメータの値を設定し、洪水予測を行うことになる。実現手法に着目すると、最尤推定値は最も高 Nash 係数を示す。その次は MAP 値である。理論的には予測分布の最頻値である MAP 値が最も高い Nash 係数となると考えられるが、MAP 値が事前分布を正規分布と仮定したことにより、最尤推定値より小さくなったことも考えられる。解析技術、計算機の数値等を考えると現実的な実現値は最尤推定量と考える。

図7は、パラメータの実現値は、洪水数によって変化し、洪水数が多くなるほど、実現値は真の値に近づくことを示している。しかし、膨大な洪水数を用いた解析はあり得ないので、現実的には最低でも5~10洪水程度は必要と考える。

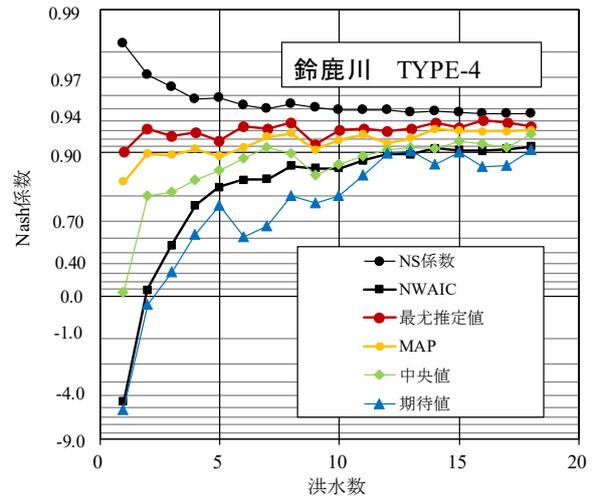
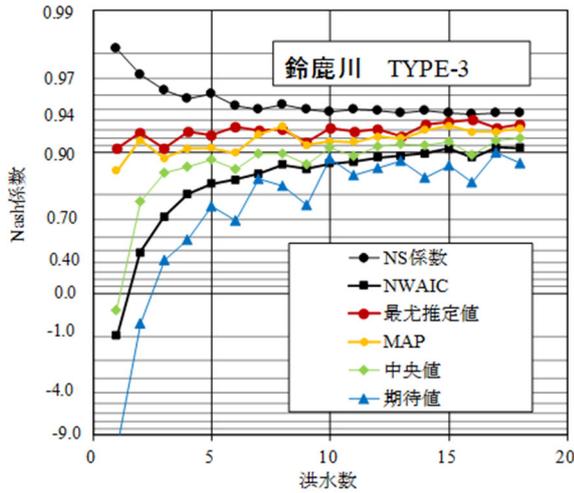


図7 洪水数と WAIC, Nash 係数, 最尤推定値等の関係(事例: 鈴鹿川)

また、パラメータそれぞれについて期待値を解析し、この値を用いて洪水予測を行った場合は、WAIC と同程度の Nash 係数となり、予測分布の期待値程度の結果となることがわかる。

## 5. 洪水予測モデルのパラメータ選択手法

### (1) 研究内容

MCMC の適用性の研究のために採用した流出予測モデルは、1 流域の貯留関数モデルである。このモデルは、貯留関数モデルの定数を Unscented Kalman Filter により逐次推定していくもので、モデルパラメータが二層構造になっている。フィルタリングに必要な自己回帰係数、誤差分散他、合計 19 個のパラメータが下層にある。上層には貯留関数モデルの定数  $k$  等の解析に必要な定数が 4 個ある。

MCMC と相性のよい最適化手法である Simulated Annealing(SA)法により最尤推定値を解析し、その値を用いて、Cross Validation により予測能力を評価した。

本研究では、これらの手法を用いて解析した結果、MCMC, SA 法が適用できることを確認する。また、最適化の指標に従来からよく使用される二乗誤差の他に、パラメータの時間ステップごとの変動を制限するために、パラメータの変動の大きさを指標に加えた効果を分析したものである。

### (2) 水位予測モデルにおける具体的な最適化の指標

洪水のモデル評価に情報量基準 WAIC を適用するために、洪水データ数は 1 洪水を 1 個のデータと考えると、洪水数と情報量基準の関係が明確なることがわかったので、評価指標を修正した。具体的に示すと、水数を  $n$  個とし、(27)式のと

り、全洪水の指標  $p(x, Y)$  は右辺第 1 項が誤差項で、第 2 項が罰則項である。ここに、 $x$  はパラメータ、 $Y$  は観測値である。ここで、 $(i)$  は  $i$  番目の洪水のパラメータであることを示している。

$$\log p(x, Y) = \sum_{i=1}^n \log p_e(x, Y^{(i)}) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log p_p(x, Y^{(i)}) \quad (27)$$

$$\log p_p(x, Y^{(i)}) = \left[ \frac{1}{m} \left[ \sum_{j=1}^m \left( -\frac{n_p}{2} \log \left( (2\pi) \det \left[ p_{xx,t|t-1}^{(j)} \right] \right) - \frac{1}{2} \left[ \hat{x}_{t|t}^{(j)} - \hat{x}_{t|t}^{(j)} \right]^T \left[ p_{xx,t|t-1}^{(j)} \right]^{-1} \left[ \hat{x}_{t|t}^{(j)} - \hat{x}_{t|t}^{(j)} \right] \right) \right] \right] \quad (28)$$

### (3) 水位予測モデル

4. と同じモデルを適用して、実測補正については UKF を用いた。対象流域を福井県北川流域とした。

### (4) MCMC の適用結果

実績 21 洪水すべてを同定洪水として、パラメータの推定量、標準偏差、変動係数等を解析した結果は初期値の影響がないように 10 万回の RW の結果を捨てて、10 万回から 20 万回までは、MH 法によりパラメータの確率分布を解析し、その後 20 万回から 30 万回までは SA 法により最大対数尤度となるパラメータ最尤推定値を解析したものである。(表 5)

罰則項の有無による最尤推定値比を見ると、ほぼ 1.0 でほとんどほとんど差がない。また、標準偏差についてもほとんど 1.0 でほとんど差がない。罰則項の有無によるパラメータの差は小さいといえる。

### (5) 水位予測結果の具体例

21 洪水のうちピーク水位が高い 2004 年 9 月洪

表 5 パラメータの解析結果

No.	パラメータ			罰則項あり					罰則項なし					比較指標	
	記号	単位	(a)最尤推定値	期待値	(b)標準偏差	偏差	決定係数	(c)最尤推定値	期待値	(d)標準偏差	偏差	決定係数	最尤推定値比(a/c)	最尤推定値比(a/c)	
			$\theta_{MLE}$	$\mu$	$\sigma$	Dv	$\gamma$	$\theta_{MLE}$	$\mu$	$\sigma$	Dv	$\gamma$			
1	a(1)	-	0.500	0.503	0.2632	0.0117	0.0010	0.507	0.508	0.2697	0.0013	0.0002	0.986	0.992	
2	a(2)	-	0.497	0.490	0.2644	0.0256	0.0018	0.503	0.501	0.2638	0.0049	0.0001	0.989	0.978	
3	a(3)	-	0.659	0.662	0.2163	0.0153	0.0100	0.667	0.671	0.2156	0.0188	0.0097	0.987	0.986	
4	a(4)	-	0.585	0.582	0.2684	0.0104	0.0015	0.568	0.561	0.2716	0.0286	0.0007	1.029	1.038	
5	w(1)	m	-4.013	-4.090	2.0154	0.0381	0.0098	-4.619	-4.600	2.4040	0.0080	0.0002	0.869	0.889	
6	w(2)	-	-3.797	-3.780	2.1292	0.0083	0.0093	-3.964	-4.064	2.7331	0.0366	0.0010	0.958	0.930	
7	w(3)	mm·hr <sup>-1</sup>	-3.751	-3.688	2.7180	0.0232	0.0005	-3.802	-3.848	2.7878	0.0165	0.0030	0.986	0.958	
8	w(4)	mm <sup>1/2</sup> ·hr <sup>1/2</sup>	-3.795	-3.932	2.0870	0.0655	0.0003	-3.710	-3.753	2.7097	0.0157	0.0004	1.023	1.048	
9	Logit(C <sub>max</sub> )	-	7.394	7.522	4.6985	0.0273	0.1819	6.686	6.759	4.4912	0.0162	0.2837	1.106	1.113	
10	Logit(C <sub>0</sub> )	-	3.322	3.330	2.4905	0.0034	0.0687	2.919	2.951	2.3217	0.0138	0.1185	1.138	1.129	
11	C <sub>a</sub>	mm <sup>-1</sup> ·h	4.7990	4.9046	2.7448	0.0385	0.0000	4.8092	4.7401	2.7870	0.0248	0.0000	0.998	1.035	
12	C <sub>b</sub>	-	0.482	0.484	0.2710	0.0097	0.0001	0.477	0.474	0.2611	0.0110	0.0001	1.010	1.022	
13	r <sub>0</sub>	mm·h <sup>-1</sup>	-1.465	-1.466	1.2525	0.0008	0.0000	-1.389	-1.366	1.2031	0.0191	0.0000	1.055	1.073	
14	r <sub>c</sub>	-	0.5730	0.5673	0.2501	0.0227	0.0004	0.6024	0.5909	0.2476	0.0467	0.0033	0.951	0.960	
15	k <sub>0</sub>	mm <sup>1/2</sup> ·hr <sup>1/2</sup>	40.90	41.02	4.5049	0.0264	0.0030	40.69	40.86	4.8604	0.0352	0.0029	1.005	1.004	
16	k <sub>a</sub>	mm <sup>-1/2</sup> ·hr <sup>-3/2</sup>	-2.811	-2.804	1.4381	0.0046	0.0006	-2.649	-2.710	1.5171	0.0405	0.0150	1.061	1.035	
17	v <sub>c</sub>	km·h <sup>-1</sup>	14.96	15.16	7.7273	0.0268	0.0100	15.15	14.73	7.5951	0.0546	0.0063	0.988	1.029	
18	n <sub>a</sub>	-	0.181	0.187	0.1071	0.0581	0.2127	0.184	0.184	0.1073	0.0001	0.3049	0.985	1.019	
19	n <sub>b</sub>	m	3.842	3.918	2.6024	0.0292	0.0085	3.726	3.572	2.5097	0.0612	0.0071	1.031	1.097	

w(1)~w(4)のシステムノイズおよびr<sub>0</sub>は常用対数で示してある

水の3時間後の予測結果の一例を図8に示す。解析結果はおおむね良好であるが、罰則項がある場合とない場合で、わずかな差異が認められた。立ち上がりが急な2004年9月洪水では、罰則項がない場合は、水位変動は著しい。一方で、水位上昇が緩やかな洪水では、罰則項の有無の差はない。罰則項がない場合の方が、再現性が高い。このように罰則項の有無の差は洪水の立ち上がり急な洪水でみられる。

罰則項の有無の差は、同定洪水と検証洪水を分けて、解析するCross Validationで顕著に表れると考えて、Cross Validationを行った。ここでは、1番目の洪水のみ、1,2番目の洪水、1~3番目の洪水のように、順次洪水数を増加させて、7洪水までの最大対数尤度となるパラメータを推定した。このパラメータをもとに、21洪水の残り14洪水を検証洪水として全体のNash係数を算定した。

同定洪水数と検証洪水の全体NS値は図9のとおりで、平均のNash係数は、罰則項がある場合の方が小さい。一方、各洪水のNash係数のばらつきは罰則項がない場合の方が大きい。罰則項の有無の差は、顕著に表れ、罰則項がない場合のモデルの予測は当たりはずれが大きいことがわかる。

## 6. 河床変動が洪水予測に与える影響

### (1) 研究内容

河床が上昇すれば、水位から推測される流量は過大となる可能性があり、逆に河床が低下すれば流量は過小評価される可能性があり、河床が変化途中での水位予測の信頼性は低下することが懸念

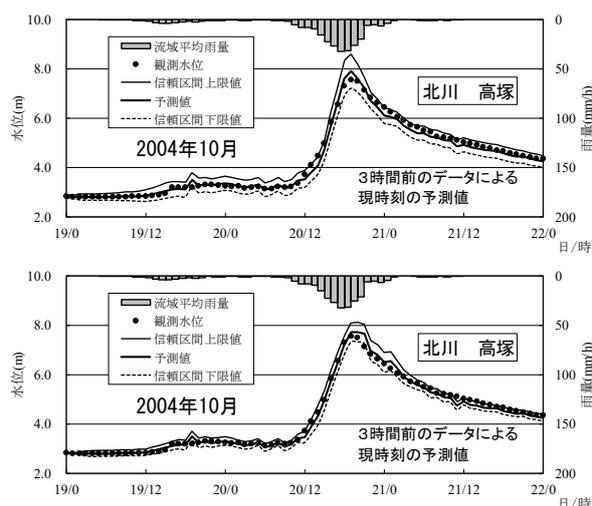


図 8 2004 年 9 月洪水の解析結果 (罰則項の有無の比較)

される。そこで、本検討では、2. で事例をとって示した安曇川での平成 25 年の出水の観測水位の課題を取り上げ、河床変動による観測水位の再現性を検討した。

なお、洪水予測においては、雨量データが入手できなかったため、ここでは当時の検証流量に基づく流量から固定床と移動床の 2 つの計算を実施し、水位の再現性を検証した。そのうえで河床変動を今後どのように考慮すべきかを本研究でも利用した簡易的な水位予測モデルでの有効な点について考察した。

### (2) 対象区間の検証

安曇川は京都府県境の百井峠付近に源を發し、

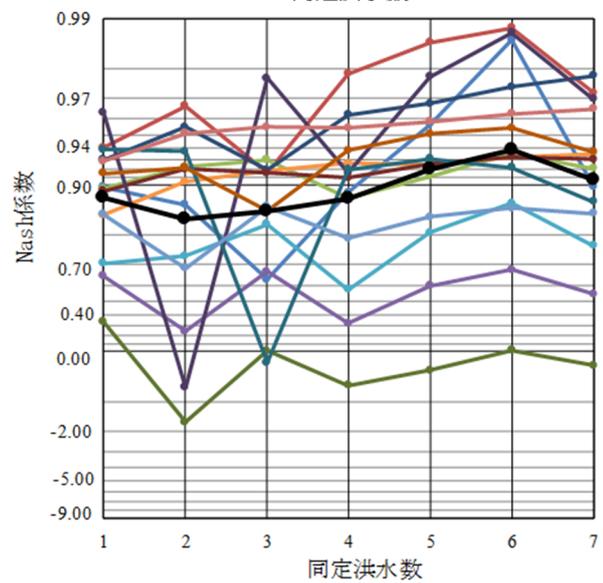
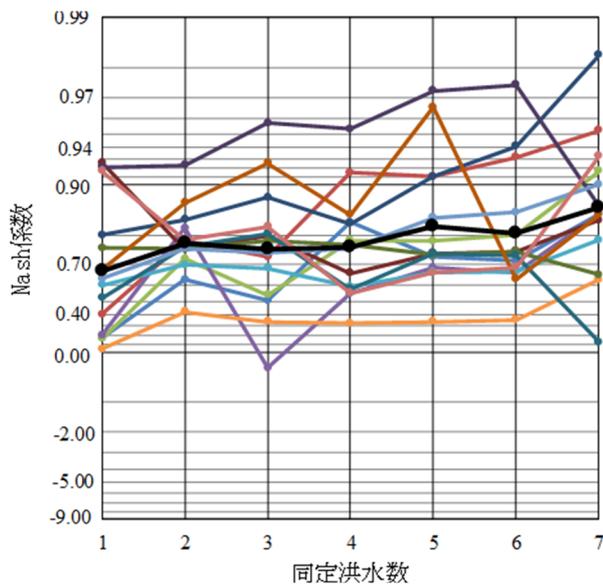


図9 同定洪水数と検証洪水の Nash 係数の関係  
 針畑川、麻生川、北川等の支川を合わせ、大津市、旧朽木村、旧安曇川町、旧新旭町を流下し琵琶湖に注ぐ、流路延長約 57.9km、流域面積約 300.0km<sup>2</sup> の一級河川である。  
 対象区間は、河口から約 20km 上流に位置する舟橋水位観測所からその下流部にある関西電力の高岩ダムまでの 2.2km とした。対象区間の位置とその拡大図を図 10 に示す。これによれば、下流高岩ダムで狭窄部となっており、直上流の左右岸に霞堤を有している。



図 10 対象区間の概略

### (3) 計算条件

この区間の解析は、流況および河床変動の追跡に iRIC2DH を用いた。与えた条件は以下の通りである。

表 6 解析条件

諸元	データ
河道断面	令和元年 LP データから断面を作成 ※滋賀県から提供
堤内地の地盤高	令和元年 LP データ ※滋賀県から提供
対象洪水	平成 25 年 8 月台風 18 号 (2013 年)
対象区間のメッシュ数	格子数 18,000, 格子の大きさ 概ね 7.5m×7.5m
粗度係数	安曇川 0.042 北川 0.060 高水敷 0.032
上流端条件	上流端条件：流量ハイドロ下流端条件：高岩ダム水位ハイドロ(推定)
流況解析	平面 2 次元水深方向に積分した支配方程式
河床材料	現地調査によって採取したものをポピュレーションプレク
流砂量式	掃流砂のみを考慮
粒度分布式	表層と下層に分離、厚さ 0.5m

### (4) 検証結果

河床を固定した際の舟橋地点の水位ハイドロと河床が変動することを想定した水位ハイドロを比較したものを図 10 に示す。これによれば、河床変動を考慮しない固定床とした場合、実績水位よりも約 1m 高くなることがわかる。一方で、河床変動を考慮すると、観測水位とよく似た挙動となっている。若干ピーク後水位が上昇しているが、これは高岩ダムの通過流量が舟橋地点のピーク生起時刻とはずれているため、貯留効果によるものと考えられる。一方で、洪水後半では舟橋地点の水位変化傾向よりも計算結果の方が急に水位が低減する結果となっている。これは下流端水位が計算水位よりも高くなっているため、ゲートの起立も考えられるが、現時点ではそれを確認することができないため、今後、高岩ダムによるゲート操作を含めた洪水調節計算を実施する必要がある。

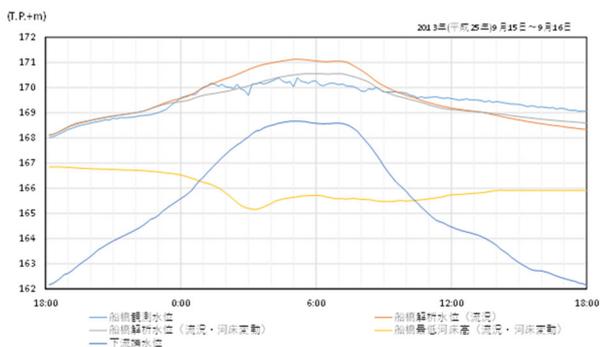


図 10 舟橋地点の水位変化と河床変動の関係

## 6. おわりに

本研究で得られた結果は、前述したとおりである。今後課題としては、以下の通りである。

- 今回データ収集が難しかったため、今回提案した手法にデータを追加して、確実なモデルとして確立する必要がある。
- ある一定上の洪水による河床変動が観測水位に影響を与えることは、中小河川流域では多くある可能性がある。今回は一例のみであったが、

今後は上下流での観測水位の利用を踏まえて、適切な洪水予測モデルの適用を考えていく必要があると考えられる。

## 参考文献

- 1) 長尾正・角屋：2 へんすうがんまぶんとその適用に関する研究(1), 京都大学防災研究所年報, Vol.13B,1970
- 2) 渡辺澄夫:ベイズ統計の理論と方法, コロナ社, pp.176-182,2012.
- 3) Sumio Watanabe: Asymptotic Equivalence of Bayes Cross Validation and Widely Applicable Information Criterion in Singular Learning Theory, Journal of Machine Learning Research, Vol.11, (DEC), pp.3571-3591, 2010.
- 4) S. J. Julier and J. K. Uhlmann: A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems, Proc. SPIE, Signal Processing Sensor Fusion and Target Recognition IV, pp.182-193, 1997.
- 5) 国土交通省：水文水質データベース
- 6) W. K. Hastings: Monte Carlo Sampling Methods Using Markov Chains and Their Applications, Biometrika, Vol.57, No.2, pp.97-109, 1970.