

**助成受付番号 第 令2-3号**

**中小河川流域を対象にした雨量の不確実性とAI  
を応用した洪水予測モデルに関する研究**

前 大阪工業大学工学部 特任教授 田中 耕司  
(現 大阪工業大学知的財産学部 特定研究員)

# 発表の内容

---

- I. 中小河川の洪水予測の課題
  - II. 研究の前提条件
  - III. 予測雨量の不確実性を考慮した予測幅の推定
  - IV. 洪水予測モデルの精度と適合性評価
  - V. パラメータの選択方法
  - VI. 河床変動による洪水予測への影響
-

# 中小河川の洪水予測の課題

## □背景

- 河川水位の挙動として、上流の水位が上昇せず、下の水位が上昇し続ける現象があり、洪水予報作業において支障来す。
- 関係市町は下流の水位で防災情報を判断するが、氾危険水位に到達してからはリードタイムがとれないため上流の水位を頼りに発令を行うことにしている。流側の水位が上昇しないと下流は大丈夫だと判断してしまう。
- HQ式で水位から流量を算定して、これにモデルをあせること自体に限界がある。
- 予測雨量は、流域が小さいほど雨域の移動によってが生じるのではないか。

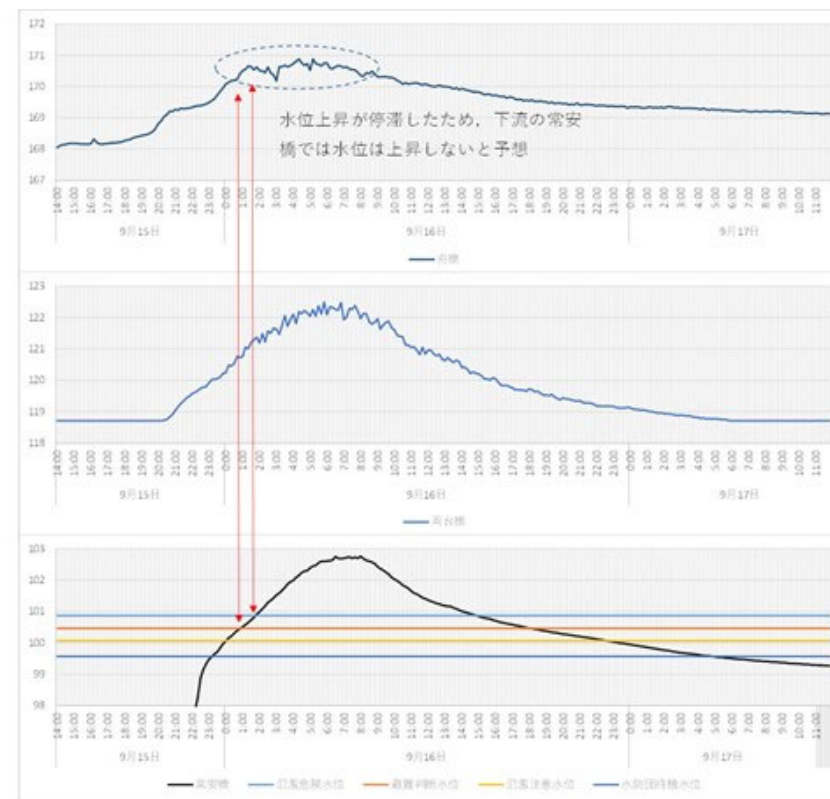


図1 滋賀県安曇川における平成25年9月台風18号の水位の挙動

## 中小河川の洪水予測の課題

---

- 予測雨量の的中を考えるのは限界があるため、**予測雨量の幅**から推定される水位の幅で管理することが現実的であれば、この幅を算定する方法を検討する。
  - HQ式を用いることは誤差を生み出し、予測モデルの限界があるのであれば、**HQ式を用いず**に、それを変動させるパラメータで予測モデルを構築する方法を検討する。
  - 中小河川の**河床変動が影響**を与えることが自明であるなら、上記の方法で代用できるのかを検討する。
  - 予測モデルを実装する際に、**そのモデルの“良さ”**を評価する手法を検討する
-

# 研究の前提条件

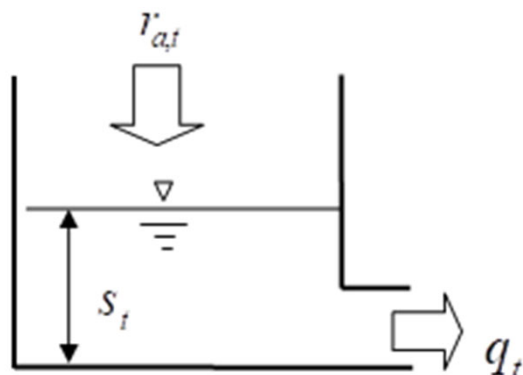
---

## □洪水予測モデル

- 洪水予測モデルの精度向上のために、分布型流出モデルや貯留関数の適用、中小河川では合成合理式の適用、フィルタモデルの導入等の方策が考えられ、その実績も多くなっている.
  - 本研究では、以下の前提条件としてモデルを構築している.
    - 中小河川の流域規模(400km<sup>2</sup> > C.A.)に対して、合理式に加えて貯留効果を反映できる方法（貯留関数）を適用
    - 貯留関数モデルの定数に、合理式の定数、さらにHQ式 ( $Q = a(H + b)^2$ ) の定数を水位データに同化させる方法（Unscented Kalman Filter）
-

# 研究の前提条件

## □ 洪水予測モデルの概要



貯留関数モデルの概念図

流域平均雨量 $r_{a,t}$ (mm/h), 貯留量 $s_t$ (mm), 流出高 $q_t$ (mm/h) とすると, 貯留量と流出高の関係は貯留関数定数 $k_0$ を用いて式で表現し, 連続式と合わせた解析するモデルである.

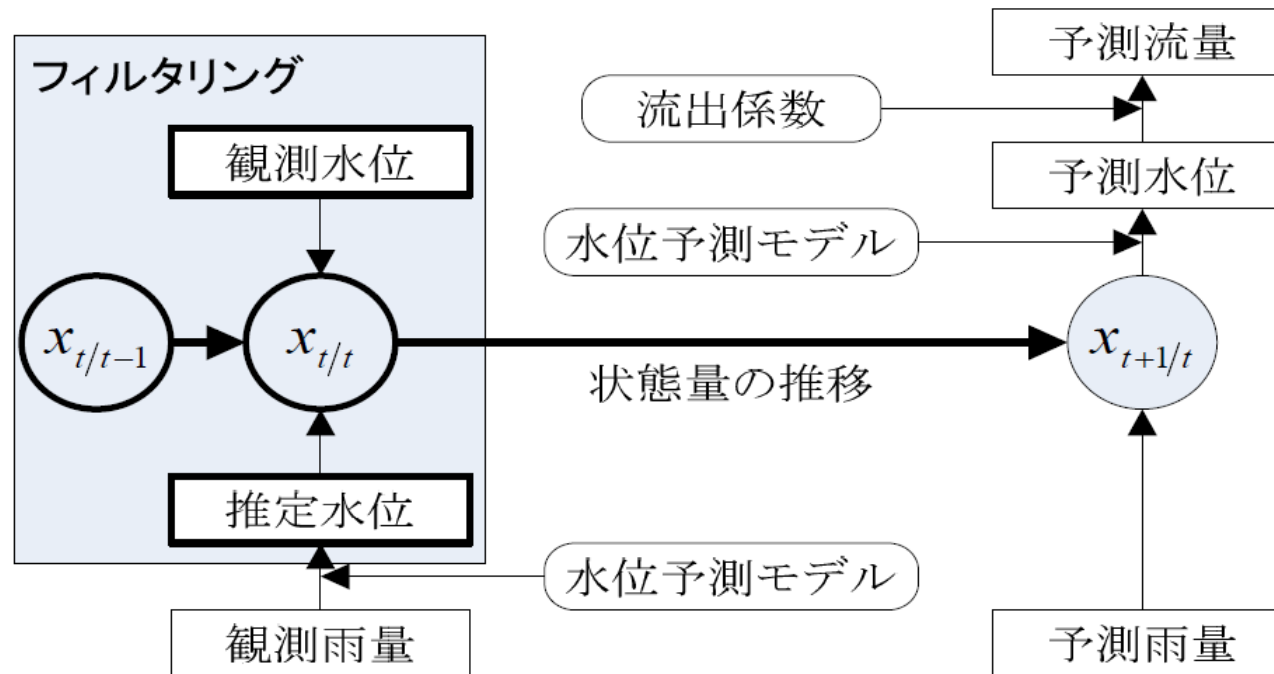
$$s_t = k_0 q_t^{1/2}$$
$$\frac{ds_t}{dt} = r_{a,t} - q_t$$

$$Q_t = \frac{1}{3.6} f q_t A = a_0 (h_t - b_0)^2$$

$$k_0 \frac{d(h_t - b_0)}{dt} = C_0 r_{a,t} - \frac{1}{C_0} (h_t - b_0)^2$$
$$C_0 = \left( \frac{fA}{3.6a_0} \right)^{1/2}$$

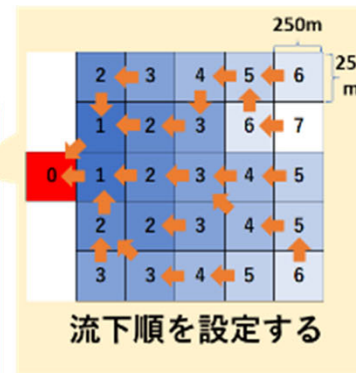
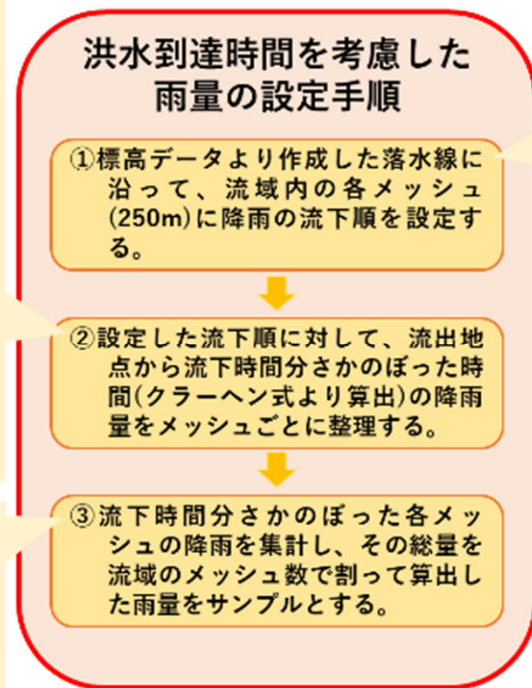
## 予測雨量の不確実性を考慮した予測幅の推定

- 実測調整方法には，二次統計量の近似を使用したUnscented Kalman Filterを適用した。



# 予測雨量の不確実性を考慮した予測幅の推定

## □各メッシュにおける洪水到達時間の遅れを考慮し，合成した流域平均雨量の算出方法



- ◆ 流量へ直接関わる降雨のみを抽出し、降雨の時空間分布による流量のばらつきの除去を試みた。
- ◆ 流下時間の設定はメッシュごとの標高差より、メッシュ間の勾配に応じた流下速度をクラーヘン式より設定した。



# 予測雨量の不確実性を考慮した予測幅の推定

---

## □ 降雨誤差の定量的表現

### ➤ 課題

予測降雨の誤差は予測降雨の条件付き実績降雨の発生頻度を求め、ガンマ分布などを当てはめることにより求めることが多い。しかし、ガンマ分布では予測降雨毎に分布関数を決めることになり、確率分布を予測降雨と実績降雨の二次元分布とみなした場合にシームレスになっていない。また、統計解析に用いたデータを外挿することはできない。

---

## 予測雨量の不確実性を考慮した予測幅の推定

---

### □ 降雨誤差の定量的表現

本研究では、長尾らの二次元指数分布を用いて、シームレスで、外挿も可能な雨誤差確率モデルを構築した。

$$f(R, r) = \frac{1}{\sigma_R \sigma_r (1 - \rho)} \cdot \exp \left\{ -\frac{R}{\sigma_R (1 - \rho)} - \frac{r}{\sigma_r (1 - \rho)} \right\} I_0 \left( \frac{2\sqrt{\rho}}{1 - \rho} \sqrt{\frac{Rr}{\sigma_R \sigma_r}} \right)$$

$$f_R(R) = \frac{1}{\sigma_R} \exp \left\{ -\frac{R}{\sigma_R} \right\}$$

$$f_r(R) = \frac{1}{\sigma_r} \exp \left\{ -\frac{R}{\sigma_r} \right\}$$

$I_0(x) = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{x^{2t}}{2^{2t} t! \Gamma(t+1)}$  (第1種0次の変形ベッセル関数)

$\sigma_R, \sigma_r$  : 実績降雨、予測降雨の分散

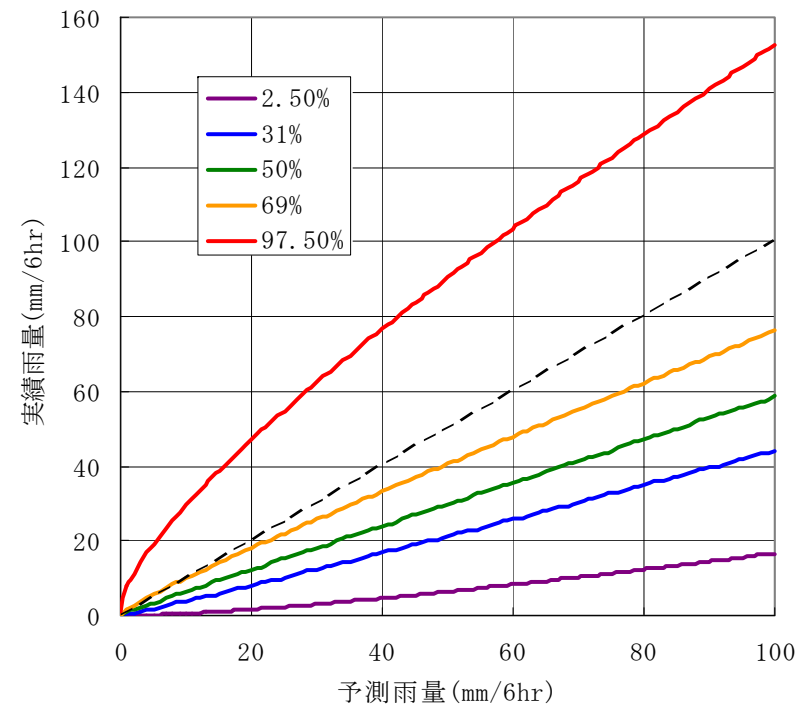
$\rho$  : 実績降雨と予測降雨の相関係数

---

# 予測雨量の不確実性を考慮した予測幅の推定

## □統計解析による予測雨量の幅の推定

二次元指数分布を適用できる条件として、周辺分布が指数分布であることが必要  
本研究では資料を片対数紙にプロットすると分布は曲線になることがわかった。このため、周辺分布を指数分布で近似できるように、降雨量のルートを採用することにした。この指数分布に条件付き予測雨量分布を推定した。予測降雨が与えられたときに誤差分布から降雨の変動幅を推定できる。実績雨量・予測雨量と誤差の関係は右図のとおりで、予測降雨が与えられた場合実績降雨の中央値は予測降雨量の6割程度であることがわかった。



# 洪水予測モデルの精度と適合性評価

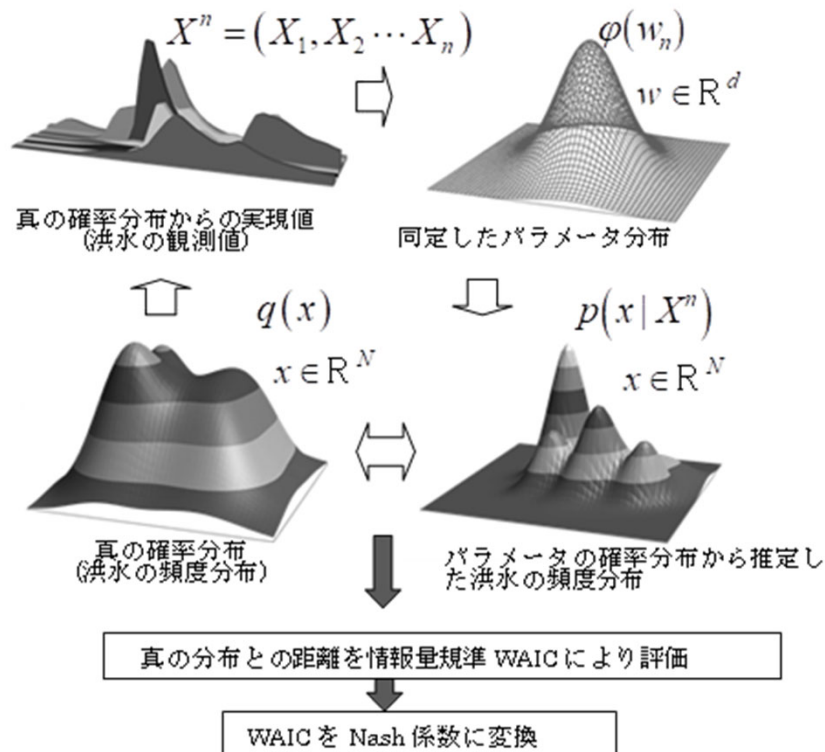
---

## □研究内容

- ▶ 洪水予測モデルの精度向上のために、分布型流出モデルの採用、フィルタモデルの導入等の方策が考えられ、その実績も多くなっている。しかし、これらの方策を導入によって、洪水予測の精度向上を計測する有効な指標はない。
  - ▶ WAICをNash係数で表現し、Loo-CVの解析結果に相当するNash係数により、当てはまりの良さを流出解析に関わる技術者が評価できるようにすることを試みた
  - ▶ 以下の内容について提示する。
    - ① WAICをNash係数に変換する方法を誘導し、モデルの良さをNash係数で表示する方策を提示
    - ② 提示した方法の妥当性を検証するために、実流域を対象にした流出モデルの良さの評価
-

# 洪水予測モデルの精度と適合性評価

## □洪水予測モデルの良さの評価方法の基本的な考え方



発生した洪水から推定した洪水の頻度分布  $p(x|X^n)$  である。洪水予測モデルの良さは、推定した洪水の頻度分布と真の確率分布の距離に相当する情報量規準で評価する。そして、情報量規準をNash係数に変換する。

Kalback Leibler情報量(LK情報量)を洪水予測モデルの良さと定義する。これは真の確率分布と推定した確率分布  $p(x|X^n)$  の対数尤度の距離であり、対数尤度比関数が小さいほど、推定した確率分布が真の確率分布に近い。

$$\begin{aligned}
 KL(q \parallel p) &= \int q(x) \log \left( \frac{q(x)}{p(x|X^n)} \right) dx \\
 &= \int q(x) \log q(x) dx - \int q(x) \log p(x|X^n) dx
 \end{aligned}$$

統計的推測(statistical inference)の考え方を基礎にしており、上図は渡辺の文献を参考にして作成

# 洪水予測モデルの精度と適合性評価

## □解析条件

- ▶ 本研究では、洪水予測モデルの当てはまり良さを比較するために、パラメータと洪水数でNash値の変化を見ることとした。
- ▶ 比較するモデルタイプは表のと通りの6タイプである。
- ▶ Type-1は実測調整を行うモデルで、貯留関数モデルの解析に必要な $k_0, C_0, b_0, r_b, v_c$ の5つの基本パラメータを推定するもの

### ● 時間更新式

$$\begin{aligned}\Phi_{t|t-1} &= A\Phi_{t-1|t-1} + B_t + W_t \\ \Phi_t &= [k_t \quad C_t \quad b_t]^T\end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_k & 0 & 0 \\ 0 & a_c & 0 \\ 0 & 0 & a_b \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} (1 - a_k)k_0 \\ (1 - a_c)C_0 \\ (1 - a_b)b_0 \end{bmatrix}, \quad W = [e_k \quad e_c \quad e_b]^T$$

区分	モデルタイプ	パラメータ (基本パラメータを除く)	パラメータ数
実測調整	Type-1	---	5
	Type-2	$a$	6
フィルタモデル	Type-3	$a_c, e_c, \gamma$	8
	Type-4	$a_c, a_k, e_c, e_k, \gamma$	10
	Type-5	$a_c, a_b, e_c, e_b, \gamma$	10
	Type-6	$a_c, a_k, a_b, e_c, e_k, e_b, \gamma$	12

### ● 観測更新式

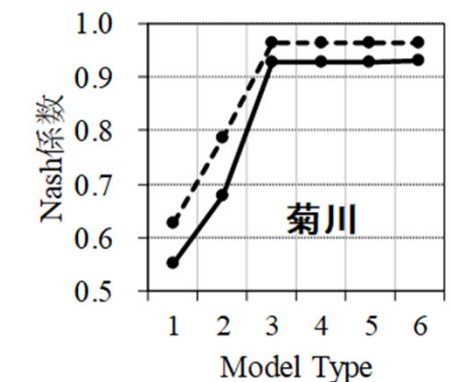
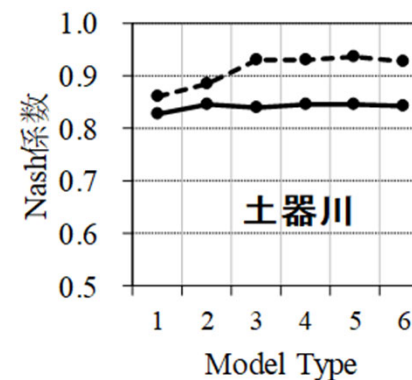
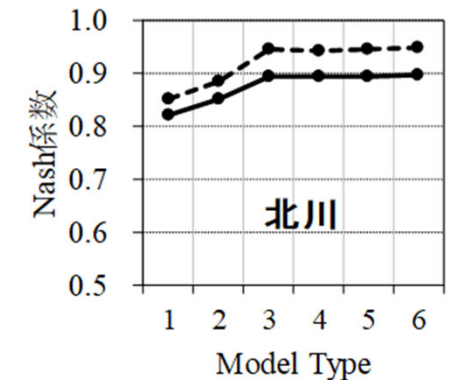
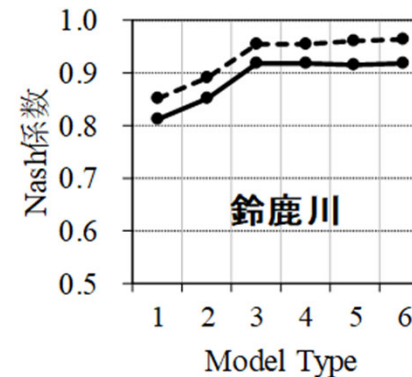
$$\begin{aligned}h_t &= S(h_{t-1}, r_{a,t}, w) + v_t \\ v_t &= \gamma(h_{o,t} - h_o)\end{aligned}$$

# 洪水予測モデルの精度と適合性評価

## □AIC, Nash係数等の解析結果の分析

$N_{WAIC}$ はType-1が最も小さく, Type-2, Type-3の順に大きくなるが, Type-4からType-6はType-3の $N_{WAIC}$ に大きな差はない.

当てはまりの良いタイプのグループの中から最も簡便なモデルが優れているとするとType-3が選択



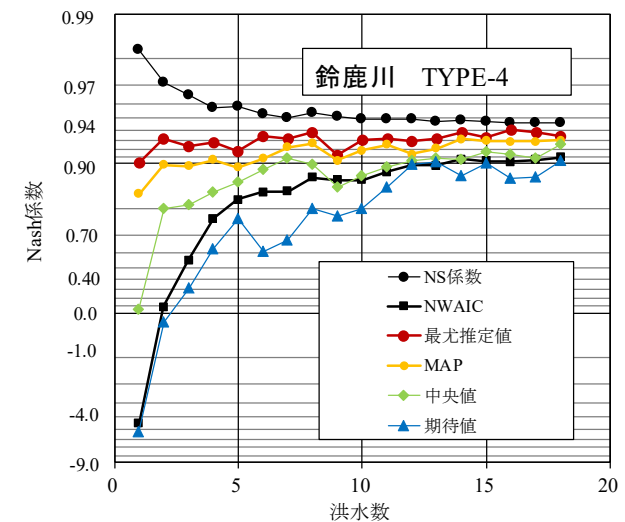
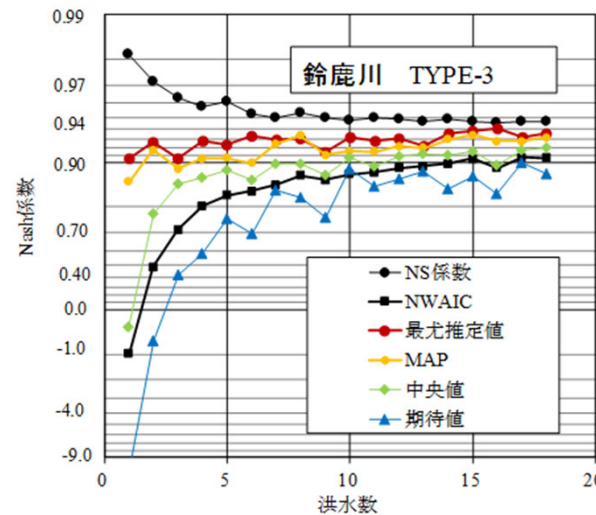
# 洪水予測モデルの精度と適合性評価

## 洪水数とWAICの関係

情報量規準等により、あてはまりの良いモデルを選択したのちに、パラメータを選択し、洪水予測を行う

パラメータの実現値は、洪水数によって変化し、洪水数が多くなるほど、実現値は真の値に近づくことを示している。しかし、膨大な洪水数を用いた解析はあり得ないので、現実的には最低でも5~10洪水程度は必要

最尤推定値は最も高Nash係数





# パラメータの選択方法

---

## □研究内容

- 貯留関数モデルの定数をUnscented Kalman Filterにより逐次推定していくもので、モデルパラメータが二層構造になっている。
  - MCMCと相性のよい最適化手法であるSimulated Annealing(SA)法により最尤推定値を解析し、その値を用いて、Cross Validationにより予測能力を評価
  - 本研究では、これらの手法を用いて解析した結果、MCMC、SA法が適用できることを確認する。また、最適化の指標に従来からよく使用される二乗誤差の他に、パラメータの時間ステップごとの変動を制限するために、パラメータの変動の大きさを指標に加えた効果を分析した
-

## パラメータの選択方法

---

### □水位予測モデルにおける具体的な最適化の指標

- 洪水のモデル評価に情報量基準WAICを適用するために、洪水データ数は1洪水を1個のデータと考えると、洪水数と情報量基準の関係が明確なること
- 洪水数を $n$ 個とし、全洪水の指標 $p(x, Y)$ は右辺第1項が誤差項で、第2項が罰則項である。ここに、 $x$ はパラメータ、 $Y$ は観測値である。ここで、 $(i)$ は $i$ 番目の洪水のパラメータであることを示している。

$$\log p(x, Y) = \sum_{i=1}^n \log p_e(x, Y^{(i)}) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log p_p(x, Y^{(i)})$$

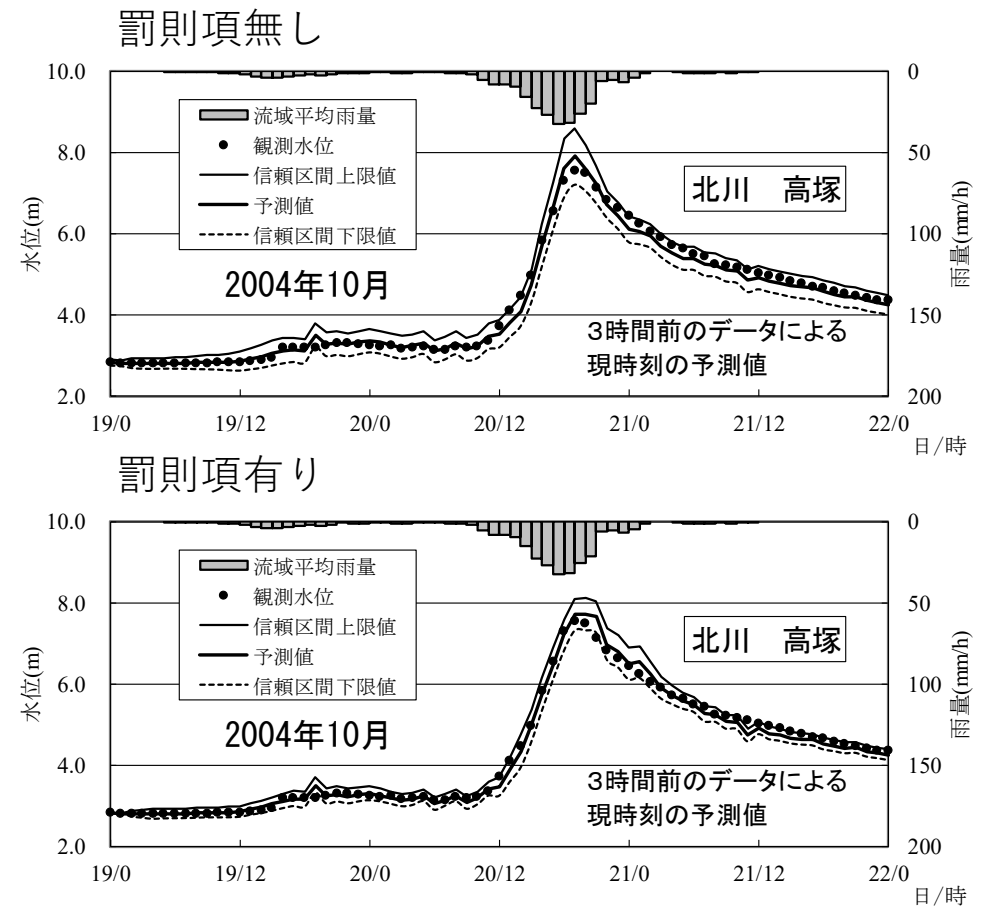
$$\log p_p(x, Y^{(i)}) = \left[ \frac{1}{m} \left[ \sum_{j=1}^m \left( -\frac{n_p}{2} \log \left( (2\pi) \det \left| p_{xx,t|t-1}^{(j)} \right| \right) - \frac{1}{2} \left[ \hat{x}_{t|t}^{(j)} - \hat{x}_{t|t}^{(j)} \right]^T \left[ p_{xx,t|t-1}^{(j)} \right]^{-1} \left[ \hat{x}_{t|t}^{(j)} - \hat{x}_{t|t}^{(j)} \right] \right) \right] \right]$$

---

# パラメータの選択方法

## □ 罰則項の影響と精度

- ▶ 実績21洪水すべてを同定洪水として、パラメータの推定量、標準偏差、変動係数等を解析
- ▶ 10万回のRWの結果を捨てて、10万回から20万回までは、MH法によりパラメータの確率分布を解析し、その後20万回から30万回まではSA法により最大対数尤度となるパラメータ最尤推定値を解析
- ▶ 21洪水のうちピーク水位が高い2004年9月洪水の3時間後の予測結果の一例

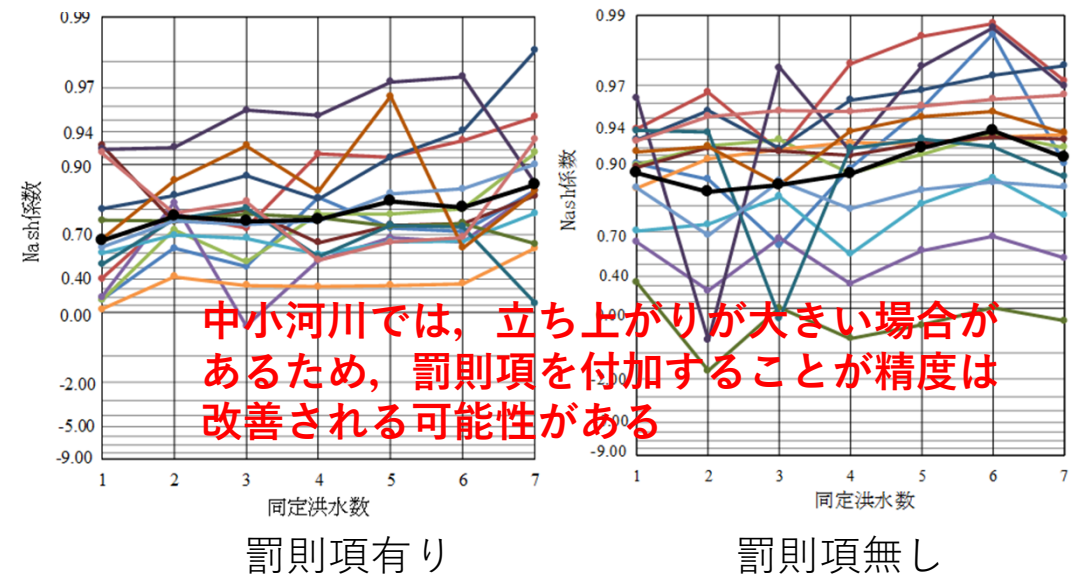


# パラメータの選択方法

## □ 罰則項の影響と精度

- 罰則項の有無の差は，同定洪水と検証洪水を分け，**Cross Validation**
- 1番目の洪水のみ，1,2番目の洪水，1~3番目の洪水のように，順次洪水数を増加させて，7洪水までの最大対数尤度となるパラメータを推定
- このパラメータをもとに，21洪水の残り14洪水を検証洪水として全体のNash係数を算定

平均のNash係数は，罰則項がある場合の方が小さい．一方，各洪水のNash係数のばらつきは罰則項がない場合の方が大きい．罰則項の有無の差は，顕著に表れ，罰則項がない場合のモデルの予測は当たりはずれが大きいことがわかる．



# 河床変動による洪水予測への影響

## □研究内容

- ▶本検討では、2. で事例をととして示した滋賀県安曇川での平成25年の出水の観測水位の課題を取り上げ、河床変動による観測水位の再現性を検討
- ▶右の図に示す水位の挙動を示した河口から約20km上流にある舟橋水位観測所の再現とそこから推察される河床変動による影響を考察

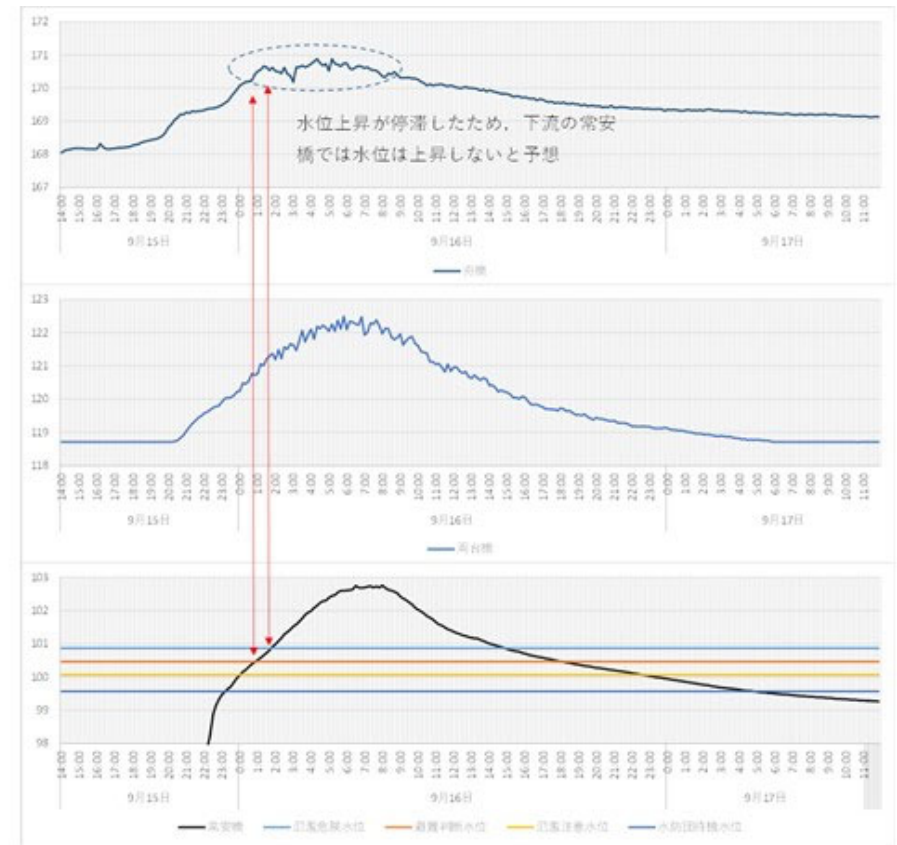


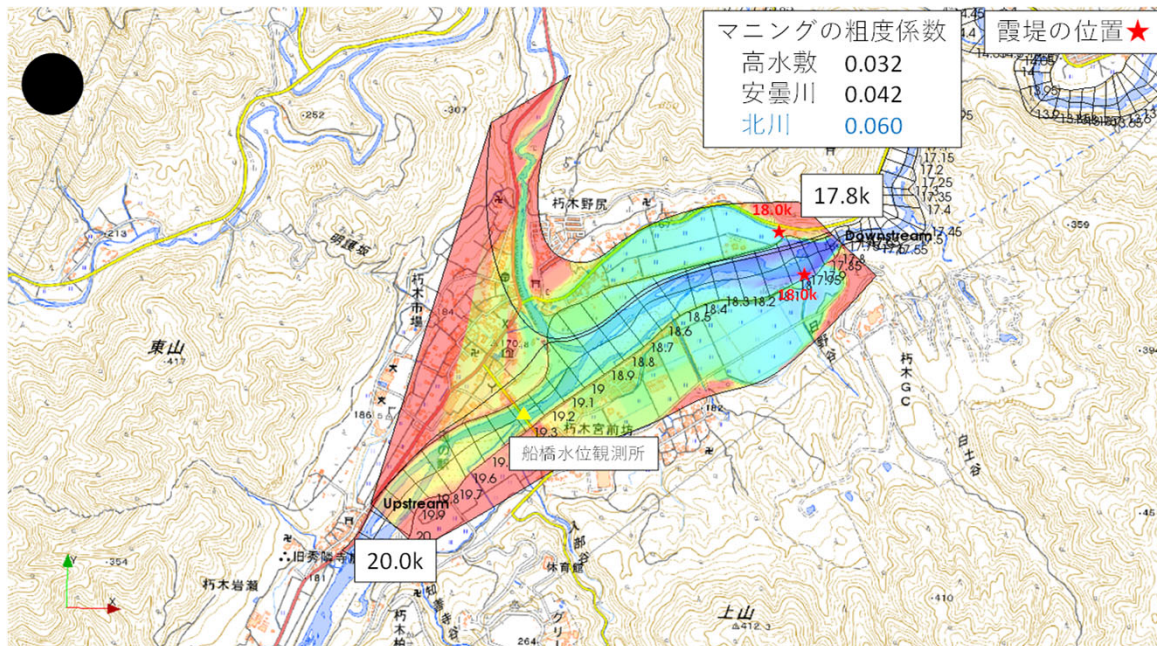
図1 滋賀県安曇川における平成25年9月台風18号の水位の挙動



# 河床変動による洪水予測への影響

## □対象区間と計算条件

流況および河床変動の追跡にiRIC2DHを用いた

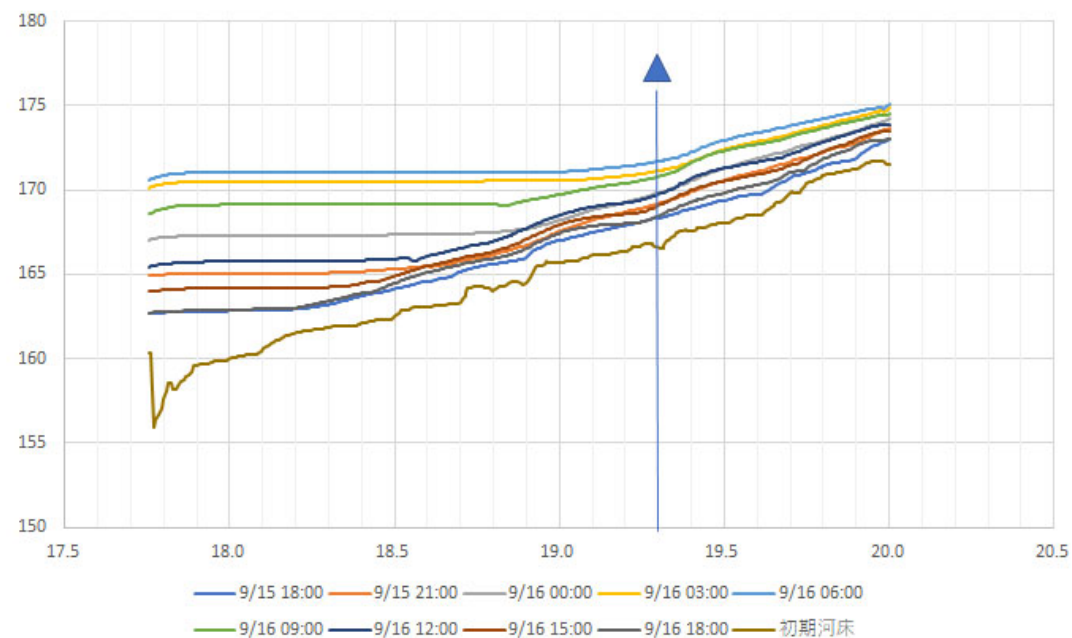
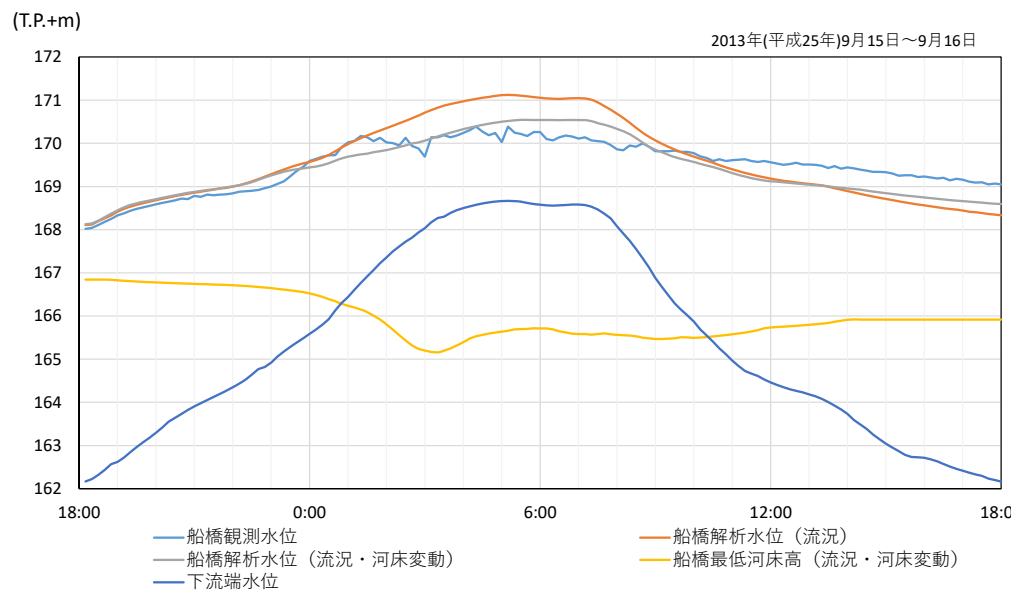


諸元	データ
河道断面	令和元年 LP データから断面を作成 ※滋賀県から提供
堤内地の地盤高	令和元年 LP データ ※滋賀県から提供
対象洪水	平成 25 年 8 月台風 18 号 (2013 年)
対象区間のメッシュ数	格子数 18,000, 格子の大きさ 概ね 7.5m×7.5m 図 5.3.1 参照
粗度係数	安曇川 0.042 北川 0.060 高水敷 0.032
上流端条件	上流端条件：流量ハイドロ 図 5.3.2 参照 ※滋賀県提供 下流端条件：高岩ダム水位ハイドロ ※ダムの構造
流況解析	平面 2 次元水深方向に積分した支配方程式を用いた <sup>2)</sup> 、 ゼロ方程式モデルを適用
河床材料	現地調査によって採取 なお、低水路内の河床材料は、低水路満杯程度の流況で ない粒径を最小の河床材料（ポピュレーションプレイク 表層に与えた。下層には高水敷と同じ材料を与えた。 また、高水敷については採取した材料を与えた。 ※概念図を図 5.3.3 に示す
流砂量式	掃流砂のみを考慮 芦田・道上式, 移動限界掃流力 修正エキアザロフ式
粒度分布式	粒度の連続式を用い、表層と下層に分離した。表層, 下 さ 0.5m とした。なお、計算の安定性を優先し決定した。

# 河床変動による洪水予測への影響

## □ 舟橋地点の河床

- 3時頃に最深となり，その後埋め戻しが起きていたと推察
- そのため，水位は上昇しない状況が発生



# 河床変動による洪水予測への影響

---

## □考察

- ▶簡易水位予測モデルでは、流砂機構を踏まえたモデリングを組み込んでいないが、水位流量式（HQ式）の定数 $a, b$ をデータ同化で推定することは可能

$$k_0 \frac{d(h_t - b)}{dt} = C_0 r_{a,t} - \frac{1}{C_0} (h_t - b)^2$$

- ▶水位の挙動似合わせるためにシステムを逐次修正することで河床低下あるいは河床上床による影響を考慮できる予測モデルが構築可能
-